АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ТЕПЛОФИЗИКИ

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ

Труды VIII Всесоюзной конференции

Под редакцией академика В. Е. Накорякова

Часть II

Новосибирск - 1989

УДК 537.312:536.48

ОСОБЕННОСТИ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ПЕРЕНОСА ЗАРЯДА И ТЕПЛОТЫ В МЕТАЛЛАХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Р. Соболь, Т. А. Криворучко
(ИФТТП АН БССР, Минск)

Известно, что в металлах низкотемпературные явления переноса заряда и теплоты определяются степенью неравновесности электронов проводимости, их законом дисперсии, что приводит к взаимосвязи этих явлений и их определенному влиянию друг на друга [1, 2]. Особенно сильно это проявляется в условиях анизотропии кинетических коэффициентов, как естественной, так и наведенной сильным магнитным полем. Если в обычных условиях простые кубические металлы характеризуются скалярными кинетическими коэффициентами, то в сильном магнитном поле их кинетические коэффициенты становятся тензорами второго ранга, что обусловливает возникновение множества поперечных термоэлектрических эффектов. В данном сообщении представлены результаты рассмотрения стационарной задачи теплопроводности и влияния условий отвода джоулевой мощности, диссипируемой в объеме образца, на электрическое поле в металлах в сильном магнитном поле.

В качестве объекта изучения выбран квадратный в поперечном сечении образец, вдоль длинной оси которого, параллельной оси OX, протекает электрический ток с постоянной плотностью j_x, т.е. используются типичные методы приближенных вычислений для низкотемпературных исследований явлений переноса. Ток вдоль других направлений отсутствует по всему объему образца, т.е. $j_y=j_z=0$. Образец находится при температуре жидкого гелия в таких условиях, что одна пара граней (нормальных к вектору напряженности внешнего магнитного поля H_z) адиабатически изолирована от окружающей среды, т.е. тепловой поток вдоль оси OZ отсутствует ($q_z=0$). а другая пара боковых граней (нормальных оси OY с координатами $y=\pm d/2$, где d –поперечный линейный размер образца) открыта и имеет температуру 4,2 К; через нее осуществляется теплоотвод. В том случае, когда вся выделившаяся в единицу времени энергия успевает отводиться в термодинамически более мощную окружающую среду, распределение температуры по образцу следует искать исходя из стационарного уравнения теплопереноса, которое в дифференциальной форме имеет вид

$$\mathrm{div}\,q - jE = 0, \tag{1}$$

где q – тепловой поток через боковую поверхность в направлении внешней нормали к ней; jE – скалярное произведение векторов плотности тока и электрического поля, описывающее тепловой источник в данном объеме. Для замкнутости задачи уравнение (1) необходимо дополнить обобщенными уравнениями переноса заряда и теплоты, которые в дифференциальной форме имеют вид:

$$E_i = \rho_{ik} j_k + \alpha_{ik} \frac{\partial T}{\partial x_k}; \tag{2}$$

$$q_i = \pi_{ik} j_k - æ_{ik} \frac{\partial T}{\partial x_k}, \tag{3}$$

где $i,k=x,y,z$, а по повторяющимся индексам предполагается суммирование; E_i, q_i – компоненты векторов электрического поля и теплового потока вдоль одного из направлений декартовой системы координат; ρ_{ik}, α_{ik}, $æ_{ik}$ – компоненты тензоров электросопротивления, термоэлектродвижущей силы и теплопроводности; π_{ik} – компоненты тензора, описывающего эффект Пельтье; $\partial T/\partial x_k$ – градиент температуры вдоль одного из направлений (x,y,z).

Поскольку рассматриваемая в данном случае задача характерна для анизотропной неоднородной среды, то для удобства примем условие отсутствия теплового потока вдоль оси OZ на границе образца обязательным для всего объема. Используем дополнительное условие о том, что вдоль направления тока размеры образца гораздо больше поперечных, т.е. образец считается бесконечно длинным. В этом случае все точки вдоль направления OX равнозначны в отношении температуры, т.е. $\partial T/\partial x=0$. В качестве металла, из которого изготовлен образец, выберем простой некомпенсированный металл с замкнутой поверхностью Ферми, в котором в рассеянии электронов проводимости доминирует упругое взаимодействие с примесями, что позволяет использовать для описания кинетических коэффициентов τ-приближение. Исключая из выражения для потока q_y градиент $\partial T/\partial z$, получаем из (1) выражение для распределения температуры вдоль оси OY:

$$D'_T j_x \frac{\partial T}{\partial y} - F'_T\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 - F\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) =$$

$$= \rho_{xx} j_x^2 + \alpha_{xy} j_x \frac{\partial T}{\partial y} + \alpha_{xx}\frac{\pi_{zx}}{\text{æ}_{zz}} - \alpha_{xz}\frac{\text{æ}_{zy}}{\text{æ}_{zz}}\frac{\partial T}{\partial y}, \qquad (4)$$

где $F=\text{æ}_{yy}-\text{æ}_{yz}\text{æ}_{zy}/\text{æ}_{zz}$; $D=\alpha_{xy}-\alpha_{xz}(\text{æ}_{zy}/\text{æ}_{zz})(\pi_{yx}-\pi_{zx}\text{æ}_{yz}/\text{æ}_{zz})$. Полученное дифференциальное уравнение содержит коэффициенты при производных, зависящие от T и в этом смысле не являющиеся постоянными. Однако, учитывая то, что в τ-приближении присутствующие в (4) кинетические коэффициенты обладают простой, а именно, явной линейной или квадратичной зависимостью от T ($\alpha_{ik}\sim T$; $\text{æ}_{ik}\sim \text{æ}T$; $\pi_{ik}\sim\alpha_{ik}T\sim T^2$), легко привести уравнение (4) к виду, в котором коэффициенты при производных будут константами. Действительно, поскольку во все коэффициенты (4) температура T входит только в первой степени, ее можно вынести сгруппировав члены, представить (4) в виде

$$\left(\pi_{yx}-\pi_{zx}\frac{\text{æ}_{yz}}{\text{æ}_{zz}}\right)''_{TT} j_x \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{T^2}{2}\right) - F'_T\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial y}\frac{T^2}{2}\right) -$$

$$-(\alpha_{xy})'_T j_x T\frac{\partial T}{\partial y} + \left(\alpha_{xz}\frac{\text{æ}_{zy}}{\text{æ}_{zz}}\right)'_T j_x T\frac{\partial T}{\partial y} =$$

$$=\rho_{xx}j_x^2-\alpha_{xz}\frac{\pi_{zx}}{æ_{zz}}j_x^2$$

или

$$-F'_T\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{T^2}{2}\right)\right)+D'_T\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{T^2}{2}\right)-\left(\rho_{xx}+\alpha_{xz}\frac{\pi_{zx}}{æ_{zz}}\right)j_x^2=0.$$

Полученное выражение является уравнением первого порядка относительно параметра $T\partial T/\partial y$. Следует отметить, что в выражении, представляющем источник тепла, ρ_{xx} не является функцией T, так как слабый разогрев образца по сечению не нарушает τ-приближения, и ρ_{xx} имеет порядок остаточного сопротивления ρ_0, а $\alpha_{xz}\pi_{zx}/æ_{zz}$ является квадратичной функцией температуры.

Рассмотрим значения входящих в эти коэффициенты физических параметров металла. Так, при остаточном сопротивлении $\rho_0\sim 10^{-10}$ Ом·см из закона Видемана–Франца получаем $æ\simeq 2{,}4\cdot 10^4 T$ Вт/(м·К) . Порядок величины α_{xz} для данного случая составляет $4\cdot 10^{-8}$ В/К. Для определения порядка величины π_{zx} используем условие симметрии кинетических коэффициентов в сильном магнитном поле [3, 4]

$$\pi_{ik}=\xi_{il}\rho_{lk};\quad \xi_{ie}(H)=-T\beta_{li}(H),$$

где β_{li} является коэффициентом пропорциональности между плотностью тока и градиентом T в зависимости $j_i=\sigma_{ik}E_k+\beta_{il}\partial T/\partial x_l$.

Используя выражения

$$\beta=\begin{pmatrix}\gamma^2C_{xx} & \gamma C_{xy} & \gamma C_{xz}\\ -\gamma C_{xy} & \gamma^2C_{yy} & \gamma C_{yz}\\ -\gamma C_{xz} & -\gamma C_{yz} & C_{zz}\end{pmatrix};\quad \rho=\begin{pmatrix}b_{xx} & \gamma^{-1}b_{xy} & b_{xz}\\ \gamma^{-1}b_{yx} & b_{yy} & b_{yz}\\ b_{zx} & b_{zy} & b_{zz}\end{pmatrix},$$

где $\gamma=(\omega\tau)^{-1}$, легко показать, что π_{zx} в данном случае совпадает по порядку величины с π в отсутствие магнитного поля, т.е. $\pi\sim\alpha T\approx 16\cdot 10^{-8}$ В. Наконец, сравнивая между собой численные значения величин $\alpha_{xz}\pi_{zx}/æ_{zz}$ и ρ, легко видеть, что ρ на семь порядков больше и без значительного ущерба для точности решения можно пренебречь данным членом в выражении для источника тепла. Полученное уравнение легко решается, причем для определения второй постоянной интегрирования используется условие $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}=0$. При этом распределение температуры T вдоль оси Y имеет вид

$$T=\sqrt{2}\{\frac{\rho_{xx}j_x^2}{D'_T j_x}[-\frac{F'_T}{D'_T j_x}\exp(-\frac{D'_T j_x}{F'_T}y)-y]+\frac{T_0^2}{2}-$$

$$-\frac{\rho_{xx}j_x^2}{D'_T j_x}[-\frac{F'_T}{D'_T j_x}\exp(-\frac{D'_T j_x}{F'_T}\frac{d}{2})-\frac{d}{2}]\}^{1/2}.$$

Градиент температуры в любой точке соответственно описывается выражением

$$\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\sqrt{2}}{2}\{\frac{\rho_{xx}j_x^2}{D'_T j_x}[-\frac{F'_T}{D'_T j_x}\exp(-\frac{D'_T j_x}{F'_T}y)-y]+$$

$$+\frac{T_0^2}{2}-\frac{\rho_{xx}j_x^2}{D'_T j_x}[-\frac{F'_T}{D'_T j_x}\exp(-\frac{D'_T j_x}{F'_T}\frac{d}{2})-\frac{d}{2}]\}^{-1/2}\times$$

$$\times[\exp(-\frac{D'_T j_x}{F'_T}y)-1]\frac{\rho_{xx}j_x^2}{D'_T j_x}.$$

Для упрощения данного выражения оценим величину входящих в него коэффициентов. Так, для замкнутой поверхности Ферми исходя из выражений для ρ и β получаем порядок величины π_{yx}: $\pi_{yx}=\gamma\pi$; в то время как α_{xy}, $\varkappa_{yy}$, $\varkappa_{yz}$ определяются выражениями $\alpha_{xy}=\gamma\alpha$; $\varkappa_{yy}=\gamma^2\varkappa$; $\varkappa_{yz}=\gamma\varkappa$, причем $\alpha\approx 10^{-8}T$ В/К; $\varkappa\approx 9{,}8\cdot 10^4$ Вт/(м·К). Оценим величину выражения в показателе экспоненты:

$$\frac{D'_T j_x}{F'_T}=\frac{[\alpha_{xy}-\alpha_{xz}\varkappa_{zy}/\varkappa_{zz}-(\pi_{yx}-\pi_{xz}\varkappa_{yz}/\varkappa_{zz})'_T]'_T j_x}{(\varkappa_{yy}-\varkappa_{yz}\varkappa_{zy}/\varkappa_{zz})'_T}.$$

В магнитном поле $H = 8\cdot10^3$ кА/м $\omega\tau = 7{,}2\cdot10^2$ и показатель равен $3{,}6\cdot10^{-4}$ см$^{-1}$ что позволяет на характерной длине, равной поперечному размеру образца, разложить экспоненту в быстросходящийся ряд и ограничиться первыми неисчезающими членами. В результате этого выражение для градиента температуры $\partial T/\partial y$ при $-y=d/2$ приобретает вид

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\rho_{xx} j_x^2}{(\varkappa_{yy}-\varkappa_{yz}\varkappa_{zy}/\varkappa_{zz})'_T T_0}\left(\frac{d}{2}\right).$$

Оценим вклад термоэлектрической составляющей в электрическое поле в алюминиевом образце с остаточным сопротивлением $2\cdot10^{-10}$ Ом·см в магнитном поле $H=8\cdot10^3$ кА/м ($\omega\tau \approx 3{,}6\cdot10^2$) при токе через образец 50 А и поперечном сечении $0{,}1\times0{,}1$ см

$E_x = (10^{-6}+3{,}6\cdot10^{-9})$ В/см.

Таким образом, в приближении свободных электронов термоэлектрическая поправка к электрическому полю в металле с замкнутой поверхностью Ферми и равным числом электронов и дырок в сильном магнитном поле составляет примерно 0,1 % от омического электрического поля. В действительности, эта поправка может быть значительно больше в тонких образцах и при больших плотностях тока, а также вследствие того, что теплопроводность металла в нулевом магнитном поле гораздо меньше, чем рассчитанная по закону Видемана-Франца.

Литература

1. Самойлович А. Г., Коренблит Л. Л. Вихревые термоэлектрические токи в анизотропной среде // ФТТ. 1961. Т. 3, № 7. С. 2054-2059.
2. Абрикосов А. А. Введение в теорию нормальных металлов. М.: Наука, 1972. 288 с.
3. Бычков Ю. А., Гуревич Л. Э., Недлин Г. М. Термоэлектрические явления в сильных магнитных полях в металлах с различными поверхностями Ферми // ЖЭТФ. 1959. Т. 37, вып. 2(8). С. 534-539.

4. Азбель М. Я., Каганов М. И., Лифшиц И. М. Теплопроводность и термоэлектрические явления в металлах в магнитном поле // ЖЭТФ. 1957. Т. 32, вып. 5. С. 1188–1192