# Матричные методы в расчете цепей постоянного тока

## Введение

В цепях постоянного тока, как известно, выполняется ряд частных соотношений для электромагнитного поля, конкретизированных в уравнениях Максвелла [1], которые в исходном виде в дифференциальной форме с учетом материальных соотношений выглядят

$$rotE = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$di\upsilon D = \rho$$

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$$

$$j = \sigma E$$

здесь $E$, $D$ и $B$ являются векторами напряженности, индукции электрического и магнитного поля соответственно, $\varepsilon$ и $\varepsilon_0$ диэлектрическая проницаемость и электрическая постоянная, $\rho$ – объемная плотность свободных зарядов, $j$ и $\sigma$ – вектор плотности тока проводимости и электрическая проводимость среды.

В случае стационарного электромагнитного поля первые два уравнения при интегрировании потока ротора по площади и взятии объемного интеграла от дивергенции электрического смещения вырождаются в так называемые правила Кирхгофа, касающиеся работы электрического поля по переносу заряда вдоль замкнутого контура, и закона сохранения заряда. Иными словами сумма падений напряжения вдоль замкнутого контура равна нулю, здесь подразумевается, что падение напряжения на источнике равно его электродвижущей силе с обратным знаком, а алгебраическая сумма токов в любом узле контура равна нулю. Упомянутые правила Кирхгофа позволяют удобно использовать методы матричной алгебры для расчета электрических цепей сложной конфигурации.

## Методология анализа, результаты

В сообщении представлены преимущества расчета цепи постоянного тока исходя из формализма Кирхгофа, позволяющего записать необходимое количество уравнений для системы, которая отображает все процессы в данной цепи. Для отображения ситуации выбрана схема, состоящая из трех резисторов со смешанным включением в цепь источника, а именно резисторы $R_2$ и $R_3$ , соединенный в параллель, включены последовательно с резистором $R_1$ , все соединение нагружено на источник питания с электродвижущей силой (ЭДС) $\Xi$ . Ниже обсуждается процедура определения силы тока через один из элементов. С формальной точки зрения для указанной цепи действительна следующая система уравнений

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + 0 I_3 = \Xi$$

$$0 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0$$

$$1 I_1 - 1 I_2 - 1 I_3 = 0$$

Для получения значения тока в любом элементе необходимо произвести вычисления двух определителей. Например, для тока $I_2$ используемые определители имеют вид

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 & \Xi & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}}$$

Вычисления приводят к сложному виду зависимости тока $I_2$ типа

$$I_2 = \frac{\Xi R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

которая, отображает характер перераспределения потока заряда по разветвленному участку в зависимости от величины сопротивления $R_3$. Из выражения следует, что величина тока $I_2$ может варьироваться от минимального значения, когда резистор $R_3$ шунтирует резистор $R_2$ до некоторого предельного значения, при фактическом формировании тока в цепи только за счет последовательного соединения резисторов $R_1$ и $R_2$ .

Таким образом, матричная технология расчета требует начального корректного составления системы уравнений, отвечающих своим числом количеству неизвестных с последующим расчетом определителей либо непосредственно, как реализовано в настоящем случае, либо методом разложения по элементам строки или столбца. Для сложных параллельно-последовательных соединений при отсутствии элементов симметрии в задаче пробное задание направлений токов по контурам и использование правил Кирхгофа с последующим матричным расчетом дают возможность выявить как истинные значения силы токов по элементам, так и их направления.

Литература

1. Ландау Л.Д. Механика. Электродинамика. //Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. – М.: Наука. – 1969. –272 с.