

Минский ордена Трудового Красного Знамени
государственный педагогический институт
имени А.М.Горького

На правах рукописи

КУЗНЕЦОВА ЕДЕНА ПАВЛОВНА

УДК 371.302.2:531.7

ЕДИНЫЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН
В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 6-8-х КЛАССОВ

13.00.02 - методика преподавания математики

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Минск - 1984

Работа выполнена в Минском ордена Трудового **Красного Знамени государственном педагогическом институте им. А.М.Горького.**

Научный руководитель - кандидат физико-математических наук, профессор
Дадаян А.А.

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук, профессор
Яглом И.М.

- кандидат педагогических наук, доцент
Василевский А.Б,

Ведущая организация - НИИ педагогики Министерства просвещения УССР.

Защита диссертации состоится "26" декабря 1984 г.

в 14 часов на заседании специализированного совета К ПЗ. 16.03 по присуждению ученой степени кандидата наук при **Минском ордена Трудового Красного Знамени государственном педагогическом институте имени А.М.Горького** по адресу: 220809, г. Минск, ул. Советская, 18, главный корпус, ауд. 330.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Минского государственного педагогического института им. А.М.Горького.

Автореферат разослан " 23 НОЯБРЯ 1984 г.

Ученый секретарь специализированного совета профессор Куриленко Т.М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В "Основных направлениях реформы общеобразовательной и профессиональной школы", составленных в соответствии с программными установками июньского (1983 г.) Пленума ЦК КПСС, отмечается, что для совершенствования содержания образования необходимо предельно четко изложить основные понятия и ведущие идеи учебных дисциплин. При этом в них должны найти отражение новые достижения науки и практики. Совершенствование содержания учебных предметов предполагает единую политехническую и мировоззренческую направленность, а также единые теоретические основы изучения материала различных дисциплин, в том числе и математики. Материал о геометрических величинах и их измерении реализует в школьном курсе математики одну из основных идей геометрии - идею метрики евклидова пространства. Этот раздел наиболее тесно связан с реальной действительностью, с прикладными вопросами многих точных наук. Однако практика показывает, что как изложение, так и усвоение метрического материала сопряжено со многими трудностями не только методического, но и теоретического и даже методологического характера. Не случайно геометрическим величинам и их измерению посвящена обширная литература, авторами которой являются видные математики и методисты, такие как А.Лебег, В.Ф.Каган, Я.С.Дубнов, В.А.Рохлин, В.Г.Болтянский, Н.Я.Виленкин, И.М.Яглом и др. Методическим сторонам этой проблемы посвящен ряд диссертационных исследований С.А.Алборова, Б.П.Баева, М.А.Журбаса, П.С.Исакова, П.А.Комнанийца, И.С.Климова, М.С.Мацкина, К.М.Минькина, Р.В.Мочалова, Р.А.Музеяна, Н.Ф.Полищука и др. Имеется и ряд методических пособий, например, Р.Р.Кантора и Ж.М.Работа, А.И.Фетисова, В.Г.Прочухаева и др. Но все эти методические работы в основном редко касаются ныне действующих школьных программ. В памяти выпускников от школьного изучения, как правило, сохраняется лишь набор формул для вычисления длин, площадей, объемов и оказываются невоспринятыми обобщающие теоретические рассуждения об этих объектах. Не происходит и глубокого осмысления процесса измерения, который с методологической точки зрения является основным инструментом эмпирического познания, усло-

вием формирования умения применять теорию на практика. Все это определило тему исследования "Единый подход к изучению геометрических величин в курсе математики 6-8-х классов".

Объектом исследования является процесс обучения математике в восьмилетней школе, а его предметом - дидактические и методические основы изучения материала о геометрических величинах и их измерений в 6-8-х классах.

Цель нашего исследования состоит в разработке содержания и методики единого подхода к изучению геометрических величин в восьмилетней школе, реализация которого будет способствовать выработке завершенных цельных представлений о геометрических величинах, величинах вообще и о процессе их измерения.

Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи.

1. Определить и сформулировать суть необходимых изменений изучения данного материала в школьном курсе математики.
2. Изучить и обосновать существенные аспекты разработки содержательной основы единого подхода к изучению геометрических величин в школе.
3. Разработать содержание и методику реализации единого подхода к изучению геометрических величин в восьмилетней школе и экспериментально проверить эффективность предлагаемых положений.

Гипотеза исследования. При изучении геометрических величин по действующим пособиям типичными недостатками обучения являются, во-первых, несформированность у учащихся обобщенных представлений о геометрической величине как таковой и, во-вторых, слабая реализация развивающих возможностей данного материала, среди которых главней является возможность усиления мировоззренческого аспекта, а именно - целенаправленное формирование общей идеи величины и измерения. Если подход к изучению геометрических величин строить на отчетливом выделении и использовании единой структуры *х свойств, то это должно повлиять на качество восприятия материала учащимися и способствовать ликвидации вышеуказанных недостатков.

Методологической основой исследования явились положения школьно-яенинской теории познания и связи теории и практики.

При разработке методики **единого** подхода **мы** руководствова-

лись психологической теорией П.Я.Гальперина о формировании понятий и рекомендациями психологии обучения и дидактики (работы Л.М.Веккера, В.В.Давыдова, Л.Я.Зориной, И.Я.Лернера, Л.Ф.Обуховой, Н.Ф.Тальзиной, А.А.Столяра, Ж.Пиаже и др.).

В ходе работы нами были применены следующие методы исследования.

1. При изучении состояния практики преподавания вопросов геометрических величин (особенности восприятия материала учащимися и учителями) в массовой школе использовались наблюдения, беседы с учащимися и учителями, тестирование, анкетные опросы, диагностирующие и контрольные работы.

2. В процессе разработки конкретной методики обучения применялись: поисковый и обучающий педагогический эксперимент, экспертная оценка экспериментальных материалов.

3. На заключительном этапе исследования были использованы качественные и количественные методы обработки результатов эксперимента, теоретическое обобщение результатов эксперимента.

Научная новизна результатов исследования мы видим в следующем:

экспериментально выявлена и проанализирована типичная картина представлений учащихся о геометрических величинах;

изменен подход к изучению площадей многоугольников в 6-8-х классах за счет введения формулы площади прямоугольника в качестве дополнительного свойства площади, то есть использования избыточной системы аксиом и корректировки порядка и сроков рассмотрения части учебного материала, что позволяет упростить доказательство ряда теорем и решение части задач;

впервые в практике школьного обучения свойства геометрических величин использованы как для обобщения понятия геометрической величины, так и для обучения учащихся сравнению различных величин, то есть как инструмент анализа величин;

разработана методика анализа и обобщения процессов измерения, построенная на сопоставлении качества выполнимости свойств равенства и аддитивности для измеряемых величин, а также методика введения в курс геометрии 8-го класса элементов метрологии и теории измерений; показана мировоззренческая ценность и доступность этого материала для учащихся.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что создана научно обоснованная методическая концепция изучения

метрики в восьмилетней школе, обеспечивающая развитие математического мышления, усвоение основных понятий раздела и усиление мировоззренческой и прикладной направленности курса математики.

Практическая значимость работы заключается в том, что в ней предложена конкретная методика единого подхода к изучению геометрических величин, заключающегося в систематическом и полном использовании общей структуры их свойств на уроках математики в 5-8-х классах, а также в пропедевтическом курсе 4-5-х классов. Существенным является то, что для реализации предлагаемых рекомендаций не требуется принципиальных изменений в курсе планиметрии, достаточно лишь изменить порядок и сроки изучения имеющегося в программе материала; затраты учебного времени остаются прежними. При этом улучшается структура курса в целом, обобщаются доказательства ряда теорем и решение задач. Обобщающие материалы по величинам и их измерениям, сведения из метрологии и теории измерений позволяют усилить мировоззренческую и прикладную направленность школьного курса математики, обогатить воспитательные, развивающие и образовательные возможности программы.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Систематическое изучение материала геометрических величин в рамках единого подхода, основанного на целенаправленном и полном использовании структуры определяющих свойств этих величин, в 6-8-х классах приводит к адекватному восприятию данного материала учащимися и способствует улучшению усвоения курса в целом за счет более полного применения теории на практике и опоры на объективные закономерности процесса обучения.

2. Формирование у учащихся восьмилетней школы обобщенного понятия геометрической величины, понятия величины в широком смысле и представлений о различных типах измерений, построенное на сравнении структуры их свойств и сопоставлении качества выполнимости свойств равенства и аддитивности для измеренных величин, наряду с введением некоторых элементов теории измерений и метрологии, приводит к усилению политехнической и прикладной направленности курса математики, при этом существенно увеличивается возможность формирования научного мировоззрения на уроках математики, реализация межпредметных связей.

На защиту также выносятся:

1) типология представлений учащихся по материалу геометрии
Ч&СКЖХМЛЖЧШ-

2) содержание и методика реализации единого подхода к изучению геометрических величин в восьмилетней школе.

Апробация результатов исследования. Основные положения диссертации доложены автором и обсуждались: на научно-теоретических конференциях МГПИ им. А.М. Горького (г. Минск, 1979-1933 гг.), на У Республиканской конференции математиков Белоруссии (г. Гродно, 1980 г.); на республиканской конференции "Мэжпредметные связи в учебном процессе педагогического вуза" (г. Минск, 1982 г.); на научно-практической конференции молодых ученых МШИ имени А.М. Горького (г. Минск, 1983 г.); на курсах повышения квалификации учителей математики средних школ при ӨИ77 и ГИУУ (г. Минск, 1980-1983 гг.); на курсах повышения квалификации преподавателей математики средних ПГУ при Республиканском институте повышения квалификации работников профтехобразования г. Минск, 1980-1981 гг.)

Внедрение. Разработанная нами методика по осуществлению единого подхода к изучению геометрических величин внедрялась в практику обучения геометрии 6-8-х классов средних школ Ш 64, 116, 130 г. Минска, а также в учебный процесс МГПК им. А.М. Горького на занятиях по методике преподавания математики со студентами физического факультета специальности "физика и математика".

Структура диссертации. Диссертация содержит 175 страниц машинописного текста (с. 144-160 - литература) и состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и двух приложений. В ней 6 таблиц, 7 диаграмм, 13 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы, определяется объект, предмет и цель исследования, формулируется гипотеза, задачи исследования, раскрывается его новизна и практическая значимость.

В первой главе "Теоретические основы единого подхода к изучению геометрических величин" дается анализ философско-методологических, математических, методических и психолого-педагогических оснований понятий величины, геометрической величины и процесса измерения, а также единого подхода к изучению этих вопросов в школе. При разработке методики единого подхода учитывались необходимость целенаправленных обобщений при изучении любого материала; основные положения теорий П.Я. Гальперина о формировании действий и понятий в трех типах ориентировки; требование

современной педагогики и психологии изучения научных теорий как основных дидактических единиц образования (З.В.Давыдов, Д.Я.Зорина и др.).

В параграфе "Философско-методологические основания понятия величины и ее измерения" отмечается возросший интерес философов к категориям так или иначе связанным с идеей величины, а именно: количество, мера, измерение, оценка, что характеризует развитие процесса математизации наук. Раскрывается также философско-методологическое содержание термина "обоснование" или "экспликация понятия", анализируются связи понятия величины с философскими категориями качества и количества, взаимоотношения понятий числа, величины, количественных отношений и дается методологический обзор исторического развития понятий теории измерений. Основная идея классической теории измерений заключается в том, что число, как результат измерения, представляет (репрезентирует) эмпирический объект измерения. По результатам философско-методологического обзора делается вывод о мировоззренческой ценности проблем измерения в школьном преподавании, о необходимости включения некоторых элементов современной теории измерений в преподавание математики с целью усиления межпредметных связей, прикладной и мировоззренческой направленности курса.

В главе отмечается, что геометрическую величину рассматривают, с одной стороны, как частный случай неотрицательной скалярно-аддитивной величины и в этом случае отделяют ее от неотрицательных скалярно-аддитивных величин иной природы, например, массы, и, с другой стороны - ее надо отделять от ряда производных величин, употребляемых в геометрии, таких как периметр многоугольника, сумма углов многоугольника и т.д. Из двух известных подходов к измерению геометрических величин, выбирается подход, разделяющий понятия величины и числа, как значения величины. Выбор обоснован анализом данных констатирующего эксперимента.

В главе выделяется особое положение геометрических величин по отношению к процессу измерения: для них возможны как теоретические и идеальные измерения, так и практические или реальные. Это обусловлено существованием единиц измерения как в виде отвлеченных геометрических объектов, так и в виде физических объектов. Двойственное положение геометрических величин выделяет их в ряд других * дает возможность существенного упрощения

мировоззренческих и прикладных аспектов этого материала через введение в обучение элементов теории измерений и сведений из метрологии.

Во второй главе диссертации "Методика реализации единого подхода к изучению геометрических величин в восьмилетней школе" анализируются результаты констатирующего и поискового этапов эксперимента; излагаются общие положения конкретной методики единого подхода к изучению геометрических величин в восьмилетней школе, описана реализация предлагаемой методики на трех выделенных в исследовании этапах: пропедевтическом - 4-5-е классы, основном - 6-7-е классы и обобщающем - 8-й класс.

В констатирующем эксперименте участвовали учащиеся 5-9-х классов, учащиеся средних ПТУ, учителя математики средних школ и студенты физико-математических специальностей пединститута (всего около 700 человек). Основой для конструирования заданий послужили материалы о геометрических величинах учебных пособий по геометрии А.В.Погорелова и пособия под редакцией А.Н.Колмогорова. Целью эксперимента было выяснение как' дологических, обыденных представлений о геометрических величинах (5-й класс), так и картины представлений, сложившихся у учащихся и студентов в процессе обучения, а у учителей - и в процессе преподавания этих вопросов по учебным пособиям. Эксперимент позволяет утверждать, что основными недостатками в имеющейся практике обучения геометрическим величинам являются следующие:

- а) невнимание к вопросам существования геометрических величин;
- б) слабое формирование представлений о специфике геометрических объектов (идеальность, наличие актуальной и потенциально бесконечности, непрерывность, размерность);
- в) отсутствие явного отделения физических реальных процессов измерения от математических, идеально точных;
- г) невнимание к определяющей роли свойств геометрических величин даже там, где они сформулированы;
- д) отсутствие обобщающих материалов о геометрических величинах и процессах их измерения.

Отмеченные недостатки сказываются на качестве сформированных в процессе преподавания представлений учащихся. Так в 5-х классах были выявлены искаженные представления о математическом понятии "площадь треугольника", суть которых сводится к отождэ-

ствлению понятия площади треугольника с некоторым числом, полученным из длин сторон треугольника с помощью арифметических действий по аналогии с известной формулой прямоугольника. Таким образом, за счет формального усвоения понятия площади прямоугольника значительная часть учащихся связывает существование площади фигуры в математике с существованием у нее сторон: есть стороны, значит есть и площадь и, как следствие, отвергается наличие площади у криволинейной фигуры. В нашем эксперименте, например, 22% учащихся 5-х классов считают, что площади у треугольника вообще нет и около 36% учащихся в качестве площади треугольника предлагают одну из числовых комбинаций типа $a^2 - bc$; $u + 6t^6$ и т.д. Все эти учащиеся отвергают наличие площади у криволинейной фигуры, в частности у круга. Аналогичные представления у части учащихся наблюдаются вплоть до 8-го класса и позже.

Констатирующий эксперимент продемонстрировал преобладание в мышлении учащихся всех возрастов физических, эмпирических взглядов на идеальные геометрические объекты и процессы, сформированными оказываются понятия нуль-мерности точки, одномерности отрезка, линии. Так, например, всего лишь 16,5% обследованной разновозрастной группы из 537 человек считают, что в отрезке длиной один сантиметр бесконечно много точек и потому нельзя назвать их число. Остальные называют: две точки - 29,5%, десять точек - 13,9%, много, в зависимости от размера точки - 41,2%. Из 685 обследованных учащихся 5--6-х классов школ г. Минска и I-III курсов среднего ПТУ и 24 г. Минска - 27,8% признают наличие ненулевой площади у отрезка. А существование ненулевой толщины у отрезка признают более 60% испытуемых 5-7-х классов.

Далее отмечается, что активно усвоили точку зрения учебно-го пособия (эксперимент был проведен по действующему пособию под ред. А.П. Колмогорова) на понятие площади, то есть смогли определить ее перечислением свойств, лишь 4% восьмиклассников, участвовавших в эксперименте и 9% учителей математики. Остальные испытуемые дали собственные неверные определения площади многоугольника, анализ которых приводится в параграфе. При выполнении задания, проверявших умение учащихся сравнивать различные величины по свойствам, ярко проявился первый тип ориентировки на внешние признаки (по Л.Я. Льюперу). Верные ответы дали в среднем около 90% учащихся.

Из теоретического анализа проблемы и результатов текущей практики преподавания выделены нижеследующие задачи обучения, которые и составили программу и алгоритм работы в разработанной методике единого подхода к изучению геометрических величин,

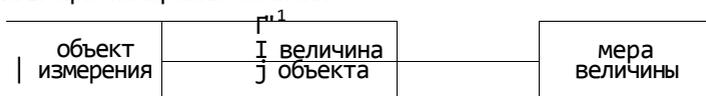
1. Вести целенаправленное формирование представлений об идеальном характере геометрических объектов.
2. Предусмотреть решение проблемы существования геометрических величин.
3. Провести обобщение понятия геометрической величины через сопоставление общих свойств отдельных геометрических величин.
4. Выделить определяющую роль свойств геометрических величин через ознакомление учащихся с особым типом описательных (декриптивных) определений и сопоставление геометрических величин с другими по свойствам.
5. Разъяснить двойственное положение геометрических величин до отношению к процессу измерения (по качеству выполнимости свойства аддитивности).
6. Показать возможность сравнения процессов измерения по выполнимости свойства аддитивности для их результатов.
7. Ввести в ознакомительном порядке понятие измерения в широком смысле, элементы метрологии и элементы теории измерений.

Конкретное решение этих задач осуществляется на базе и в связи с изучением темы "Площадь многоугольника" в восьмилетней школе. В разработанной методике единого подхода к изучению геометрических величин выделены три этапа: пропедевтический, в ходе которого решаются первые две из вышеперечисленных задач - 4-5-е классы; основной - здесь обеспечивается решение следующих трех задач - 6-7-е классы; обобщающий, на котором достигается решение последних двух проблем - 8-й класс.

С учетом относительной независимости экспериментальной работы, проводившейся в ходе проверки поэтапной методики и для удобства восприятия описание результатов формирующего эксперимента по каждому этапу дается в конце соответствующего параграфа.

В 4-5-х классах ставятся задачи формирования представлений

об идеальном характере геометрических объектов и ликвидации формального восприятия термина "площадь" в ходе решения проблемы существования площади произвольной фигуры. Разъяснение особого характера геометрических объектов - нуль-мерности точки и одномерности линии проводится путем сопоставления качественного различия реальных моделей точки и линий и выявления невозможности физического существования геометрических объектов. Для решения проблемы существования площади фигуры рекомендуется на интуитивном уровне выделить понятия "площадь фигуры" и "числовое значение площади" или "измеренная площадь", "мера площади". Такое выделение равноценно использованию трехэтапной схемы при измерении величин:



которая, с точки зрения автора, более способствует правильной экспликации понятий геометрических величин. Понятными для учащихся 4-5-х классов оказываются рассуждения, связывающие существование площади с возможностью сделать посев на участке. приводимые в учебном пособии А.Б.Погорелова. Введение в курс 5-го класса вывода площади прямоугольного треугольника позволяет сделать более доступным материал о площади круга, разнообразить упражнения в теме "Умножение дробей", усилить межпредметные связи и прикладную направленность курса математики. Эксперимент подтверждает доступность предлагаемых рекомендаций. Так, уже после одноразового разъяснения проблемы существования площади фигуры и одномерности линии верные представления в контрольном срезе были зафиксированы у 93 % (о площади) и у 39 % (о линии) учащихся против 49 % и 36 % соответственно - до формирующего эксперимента. Это свидетельствует о расположенности данного материала в зоне ближайшего развития (по Л.С.Выготскому). С заданиями на практическое применение формулы площади прямоугольного треугольника уже на первой проверочной работе справились 80 % учащихся.

В 6-м классе, как упражнения на применение признаков равенства треугольников, проводятся доказательства формул площа-

дей треугольников. Свойства площади рассматриваются как набор аксиом, аналогичный аксиомам длины отрезка и меры угла. Здесь же происходит первое обобщение идеи геометрической величины, затрагиваются еще раз и проблемы идеальности геометрических объектов. Например, после изучения материала первого параграфа Ю. Погорелова, в котором введены аксиомы планиметрии, учащиеся предлагают ответить на вопрос: "Все ли свойства будут выполняться, если допустить, что точки имеют ненулевой размер, а прямые - нулевую "толщину"?"

В 7-м классе рассматриваются выводы формул площадей параллелограмма, трапеции, произвольного многоугольника и решаются задачи на сравнение величин по свойствам. Разъясняются особенности дескриптивных определений площади, длины отрезка, меры угла. Существенным и нетрадиционным в предлагаемой методике изучения площадей является положение формулы площади прямоугольника. Фактически эта формула выступает в нашей методике в качестве дополнительного свойства площади, дополнительной аксиома, но подчеркнута ее зависимость от остальных. Такой подход позволяет сохранить необходимую строгость рассуждений и, в то же время, он лучше согласован с имеющимися представлениями учащихся о безусловной справедливости формулы $S = GL$.

Своевременное введение формул площади, более раннее, чем по ныне действующей программе, облегчает восприятие другого учебного материала. Курс планиметрии только выигрывает, если использование идеи метрики, так удачно начатое А.Б. Погореловым введением аксиом измерения отрезков и углов, продолжить и на темы, связанные с понятием площади фигуры. Так, например, проведение несложного доказательства теоремы о пропорциональности отрезков, основанное на сравнении площадей треугольников, дает возможность рассмотреть как прямые следствия из нее: теорему Фаллея, теорему о средней линии треугольника, теорему о зависимости косинуса угла в треугольнике только от величины угла. Упрощение доказательства последней теоремы особенно необходимо, так как имеющееся в учебном пособии основано, по сути, на использовании идеи предельного перехода и малоприменимо в 7-м классе.

На примере геометрических величин выделяют наличие двух уровней измерения геометрических величин: абсолютно точное, идеальное - в геометрической теории и приближенное - в прак-

тике. Специфика этих здесь измерений показывается через качественное различие выполнения свойств равенства и аддитивности. Принципиально важным является обучение сравнению различных величин по свойствам, Эксперимент показал преимущество использования материализованной ориентировочной основы действий при проведении сравнения величин, например, в виде карточек с записью схематических формулировок всех свойств. С контрольными заданиями на сравнение величин справились 73% учащихся, занятых в обучающем эксперименте. По результатам анкетирования 83% учащихся восприняли материал о сравнении величин и о разных типах измерений как новый, вызывающий удивление, а ведь ощущение новизны (по А.В.Ерушискому) - необходимое условие развивающего обучения.

Реализация разработанной методики завершается в 8-м классе серией обобщающих уроков. Основной целью этих уроков является формирование общих представлений о роли и проблемах измерений в окружающем мире, то есть решение методологических, мировоззренческих задач. Учащиеся знакомятся с некоторыми понятиями теории измерений (типы шкал) и элементами метрологии (понятия эталона, качества). Обобщение происходит при активном повторении изученных ранее фактов и идей. Усилия учителя сосредотачиваются на достижении понимания обсуждаемых проблем, на возбуждении* интереса :с ним, а не на выработке навыка. Контроль на уровне прочных навыков подлежит усвоению и применению основных формул и свойств геометрических величин. По результатам эксперимента, выяснявшего дидактическую и эмоциональную привлекательность элементов теории измерений и метрологии была составлена диаграмма рассеяния, кз которой видно, что данный материал высоко оценен хотя бы по одному из дазух параметров 37 % участников эксперимента (142 учащихся). Повторный срез, через полгода после изучения этого материала, подтвердил эти данные.

В заключении формулируются положения, обобщающие результаты диссертационного исследования.

I. Анализ современных концепций формирования учебной деятельности и психологических исследований по проблемам мышления позволяет выделить ведущую роль обобщающих теорий в дидактике •И примат теоретических методов анализа учебного материала над

эмпирическими, как наиболее способствующих развитию творческого и научного мышления учащихся. С этих позиций реализация современных тенденций общего образования требует доведения изучения любого учебного материала до выделения главных понятий, идей, методов и, как следствие, внесения ряда изменений в изучение отдельных тем. Для геометрических величин методологически важным является усиление использования общих свойств геометрических величин в рамках единого подхода к их изучению при выделении в учебном материале элементов теории измерений и метрологии.

2, В ходе теоретического анализа проблемы обоснованы существенные аспекты содержательной базы единого подхода к изучению геометрических величин. Установлено, что основное методологическое и мировоззренческое значение при их изучении имеет формирование обобщенных представлений о процессе измерения как об основном инструменте познания, причём измерение должно рассматриваться не только как метод эмпирического познания, но и о теоретических позиций.

Дескриптивное определение геометрических величин в восьмилетней школе позволяет с единых позиций осуществить изучение я, в частности, обоснование (экспликацию) понятий длины, меры угла, площади. При этом, на первых порах, удастся избежать использования идей предельного перехода, составляющих основную трудность восприятия конструктивного варианта определения геометрических величин. Кроме того, дескриптивное определение позволяет четко отделить теоретические измерения аддитивных величин от эмпирических.

3. Суть разработанного в исследовании единого подхода состоит в следующем:

а) все геометрические величины сначала определяются дескриптивно, аксиоматически;

б) свойства геометрических величин используются систематически как инструмент теоретического анализа величин и выявления специфики различных процессов измерения;

в) изучение геометрических величин и их измерения доводит до выделения основных понятий и некоторых идей общей теории измерений и метрологии.

Разработанная методика реализации единого подхода к изучению геометрических величин позволяет успешно формировать понятия длины, меры угла, площади, причём отмеченных в констатирующем эксперименте недостатков. Экспериментально обоснована

ее доступность для учащихся; доказана дидактическая и эмоциональная привлекательность элементов теории измерений и метрологии, развивающее воздействие этого материала.

Рекомендации по внедрению. Целесообразна разработка методических пособий, позволяющих учителю и учащимся познакомиться с элементами теории измерений и сведениями по метрологии. Материалы исследования могут быть использованы в педагогических вузах в курсе методики преподавания математики, в системе повышения квалификации педагогических кадров средних школ и системы профтехобразования.

Содержание диссертации отражено в следующих публикациях:

1. О некоторых проблемах изучения геометрических величин в педагогическом вузе, - В кн.: У Республиканская конференция математиков Белоруссии. Тезисы докладов. Часть I. - Гродно, 1980.

2. Использование коллективных форм учебной работы при обобщении понятия геометрической величины в курсе геометрии 8-го класса. - В кн.: Коллективная и индивидуальная формы обучения математике в средней школе. Сборник научных трудов. - Мн.: МГПИ им. А. М. Горького, 1982, с. 36-41.

3. Об одном из способов формирования понятия площади многоугольника в школьном курсе геометрии. - В кн.: Логическая структура материала. Сборник научных трудов. - Мн.: МИИ им. А. М. Горького, 1983, с. 21-26.

4. Осуществление межпредметной связи в курсах математического анализа, геометрии и методики преподавания математики при изучении геометрических величин. - В кн.: Межпредметные связи в учебном процессе педагогического вуза. Сборник научных трудов. - Мн.: МГПИ им. А. М. Горького, 1982, с. 64-66.

5. Анализ мировоззренческой направленности учебного материала при изучении методики преподавания математики (на примере геометрии). - В кн.: Пути совершенствования профессиональной подготовки учителей. Методические рекомендации. - Мн.: МГПИ им. А. М. Горького, 1983.

6. Некоторые проблемы формирования общего понятия геометрической величины в курсе математики 6-8 классов. - В кн.: Вопросы повышения эффективности обучения дисциплинам физико-математического цикла. Сборник научных трудов. - Мн.: МГПИ им. А. М. Горького, 1982, с. 27-36.

