

АКАДЕМИЯ НАУК БССР
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукописи

ШЕРБАФ Алмас Ибрагимовна

УДК 519.633

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ
РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ
НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
/01.01.07 - вычислительная математика/

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Минск - 1986

Работа выполнена в Институте математики Академии наук БССР.

Научные руководители: доктор физико-математических наук,
профессор В.Н.Абрашин, кандидат физико-математических наук, стар-
ший научный сотрудник П.П.Матус.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Д.А.БЕЛОВ,
доктор физико-математических наук,
профессор
М.П.САПАГОВАС

Ведущая организация - Казанский государственный университет,
г. Казань.

Защита диссертации состоится "21" ноября 1986 г.
в 15 часов на заседании специализированного совета К 006.19.01
в Институте математики АН БССР по адресу: 220604, Минск, улица
Сурганова, 11, Институт математики АН БССР.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института
математики АН БССР.

Автореферат разослан "20" октября 1986 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
кандидат физико-математических наук

Н.Н.МЕТЕЛЬСКИЙ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Актуальность темы. Многие важные задачи современного естест-
вознания описываются системами нелинейных параболических и гипер-
болических уравнений в частных производных, содержащих нелинейно-
сти неограниченного роста. Несомненный интерес представляют собой
смешанные системы нелинейных параболических и гиперболических
уравнений. Ими описывают широкий класс задач, встречающихся в те-
ории фильтрации, газовой динамике, магнитной гидродинамике и дру-
гих областях. В силу нелинейности таких систем уравнений единст-
венным эффективным способом их решения в настоящее время являет-
ся метод конечных разностей. Вопросы изучения численных методов
решения нелинейных систем уравнений составного типа привлекают
внимание многих исследователей. Сравнительно небольшое число ра-
бот по разностным схемам для смешанных систем нелинейных уравне-
ний при несомненной актуальности темы объясняется немалыми труд-
ностями, возникающими при построении и изучении таких свойств
разностных схем, как сходимость и устойчивость.

Вопросы обоснования сходимости разностных схем для нелинейных
систем уравнений составного типа, а также построение устойчивых
численных алгоритмов в нелинейном случае изучены недостаточно.
Поэтому исследование теоретических аспектов разностных методов
решения указанных классов задач является актуальной проблемой.

Цель работы. Изучение вопросов построения, реализации и схо-
димости неявных разностных схем, аппроксимирующих совместные си-
стемы дифференциальных уравнений в частных производных параболи-
ческого и гиперболического типов с различными видами граничных
условий. Построение устойчивых разностных схем, удовлетворяющих
разностным законам сохранения как по пространственной, так и по
временной переменным, для некоторого класса нелинейных краевых
задач математической физики.

Научная новизна. Построены и изучены неявные разностные схемы
первого и второго порядка аппроксимации для систем нелинейных
параболических и гиперболических уравнений, как разрешенных отно-
сительно производной по времени $\frac{\partial u}{\partial t}$, так и неразрешенных. От-
дельно исследован случай постановки нелинейных граничных условий
в общем виде. Для построенных разностных схем доказана сходимость
с порядком равным порядку локальной аппроксимации, получены апри-

орные оценки скорости сходимости итерационных процессов.

Для одного класса задач математической физики предложены разностные схемы, для которых выполняются разностные законы сохранения как по пространственной, так и по временной переменным. Получены априорные оценки устойчивости. Изучены итерационные процессы, реализующие построенные устойчивые схемы.

Практическая значимость. Полученные результаты могут быть использованы в теории фильтрации, газовой динамики, магнитной гидравлики и при решении различного круга конкретных нелинейных краевых задач математической физики. В частности, с помощью построенных в диссертации численных методов решена задача акустических колебаний в многослойных биологических тканях, нагреваемых импульсным световым излучением.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на III /г. Минск, 1977/ и IV /г. Вильнюс, 1978/ конференциях молодых ученых Института математики АН БССР и Института математики и кибернетики АН Литовской ССР, на III Всесоюзной школе по численным методам решения задач математической физики /г. Минск, 1978/, на Всесоюзных школах молодых ученых "Вычислительные методы и математическое моделирование" /г. Минск, 1984; Шушенское, 1986/, на семинарах лаборатории математической физики Института математики АН БССР.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]–[8].

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и приложения, содержит 121 страниц машинописного текста. Список цитируемой литературы включает 105 работ.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается краткий обзор литературы и результатов, полученных ранее другими авторами. Подчеркивается актуальность вопросов, исследуемых в диссертации. Перечисляются все основные полученные результаты.

В первой главе строятся и исследуются неявные разностные схемы для нелинейных систем параболических и гиперболических уравнений второго порядка как разрешенных относительно производной по времени $\frac{\partial u}{\partial t}$, так и неразрешенных, с различными видами граничных условий.

В §1 изучаются системы уравнений составного типа в случае, ко-

гда уравнения разрешены относительно производной $\frac{\partial u}{\partial t}$. В области $\Omega_T = \{0 < x < 1, 0 < t \leq T\}$ рассматривается следующая исходная схема уравнений

$$E_{\kappa_1} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + E_{\kappa_2} \frac{\partial u}{\partial t} = \varphi(u), \quad /1/$$

где $u, \varphi(u)$ вектора с компонентами $u_i, \varphi_i(u)$ соответственно, $i = \overline{1, K}$; $\varphi_i(u) = \varphi_i(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, E_{\kappa_1} \frac{\partial u}{\partial t})$; $E_{\kappa_1}, E_{\kappa_2}$ диагональные матрицы размера $K \times K$ с элементами $\underbrace{1, \dots, 1}_{\kappa_1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\kappa_2}$ и $\underbrace{0, \dots, 0}_{\kappa_1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{\kappa_2}$ соответственно, $K = \kappa_1 + \kappa_2$.

Для системы /1/ задаются начальные условия

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad E_{\kappa_1} \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = E_{\kappa_1} \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

и граничные условия первого рода.

На равномерной сетке строятся разностные схемы, аппроксимирующие исходную задачу с порядком $O(h^2 + \tau)$:

$$E_{\kappa_1} y_{\bar{t}\bar{t}} + E_{\kappa_2} y_{\bar{t}} = \varphi_h(\hat{y}), \quad /2/$$

$$\varphi_h(\hat{y}) = (\varphi_{h1}(\hat{y}), \dots, \varphi_{hK}(\hat{y})), \quad \varphi_{hi}(\hat{y}) = \varphi_{hi}(x, \hat{t}, \hat{y}, \hat{y}_{\bar{x}}, \hat{y}_{\bar{x}\bar{x}}, E_{\kappa_1} \hat{y}_{\bar{t}}), \quad i = \overline{1, K}.$$

Здесь же приводятся итерационные процессы реализации указанных схем. В предположении существования и единственности решения дифференциальной задачи доказывается следующая

Теорема 1.1. Если функции $\varphi_{hi}(u)$ имеют непрерывные частные производные по зависимым переменным до второго порядка включительно в некоторой окрестности области изменения точного решения и производных от него, $u \in C_{\alpha}^{\beta}(\bar{\Omega}_T)$ ($\alpha = 4$ – дифференцируемость по x , $\beta = 4$ – по t), $\tau = h^{\alpha} (1 < \alpha < 3)$, то при $\tau, h \rightarrow 0$ решение разностной задачи /2/ сходится к решению исходной дифференциальной задачи /1/ и при достаточно малых $\tau < \tau_0$, $h < h_0$ для погрешности метода $z = u - y$ справедлива оценка

$$\begin{aligned} Q^2(z) = & 0,5(F_3 z_{\bar{x}\bar{x}}, z_{\bar{x}\bar{x}}) + 0,5(F_3 z_{\bar{x}}, z_{\bar{x}}) + 0,5 \|z\|^2 + \\ & + 0,5(E_{\kappa_1} z_{\bar{t}}, z_{\bar{t}}) + 0,5(E_{\kappa_1} z_{\bar{t}\bar{x}}, z_{\bar{t}\bar{x}}) + 0,5\tau(E_{\kappa_2} z_{\bar{t}}, z_{\bar{t}}) + \\ & + 0,5\tau(E_{\kappa_2} z_{\bar{t}\bar{x}}, z_{\bar{t}\bar{x}}) \leq \nu(h^2 + \tau), \quad j = 0, 1, \dots, j_0; \end{aligned} \quad /3/$$

где $V > 0$ - константа, не зависящая от шагов сетки h, τ и приближенного решения y .

Для исходной задачи строится также разностная схема второго порядка точности $O(h^2 + \tau^2)$. Приводятся результаты исследований сходимости приближенного решения этой схемы к искомому решению.

В §2 изучаются разностные схемы первого и второго порядка точности для систем нелинейных параболических и гиперболических уравнений, неразрешенных относительно производной по времени $\frac{\partial u}{\partial t}$. Исследуются итерационные процессы реализации построенных разностных схем. Полученные результаты формулируются в виде теорем.

§3 посвящен исследованию разностных схем для систем уравнений, рассмотренных в §2, в случае нелинейных граничных условий. Метод доказательства сходимости построенных разностных схем тот же, что и в §2, однако в этом случае по ходу доказательства приходится преодолевать дополнительные трудности, связанные с неразрешенностью граничных условий относительно производных $\frac{\partial u}{\partial x}$,

$\frac{\partial u}{\partial t}$ и выбором соответствующих сеточных норм.

В §4 излагаются результаты численной проверки теоретического анализа построенных разностных схем.

Во второй главе обосновываются разностные схемы с опережением для систем нелинейных параболических и гиперболических уравнений первого порядка.

В §5 рассматривается система уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varphi(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, v, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial t}), \quad /4/$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \varphi^*(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}, v, \frac{\partial v}{\partial x}) \quad /5/$$

с начальными и граничными условиями

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad v(x, 0) = \varphi_2(x), \quad /6/$$

$$u(0, t) = \psi_1(t), \quad u(1, t) = \psi_2(t),$$

$$v(1, t) = 0. \quad /7/$$

Для корректности задачи /4/ - /7/ необходимо, чтобы матрица

$$A^*(u, v) = \left\{ \frac{\partial \varphi_i}{\partial v_j} \right\} \quad \text{имела собственные значения одного знака.}$$

На равномерной сетке для исходной системы уравнений строятся

явные разностные схемы вида

$$y_{it} = \varphi_i(\hat{y}, \hat{w}), \quad \varphi_i(\hat{y}, \hat{w}) = \varphi_i(x, \hat{t}, \hat{y}, \hat{y}_x, \hat{y}_{xx}, \hat{w}, \hat{w}_x, \hat{w}_t) \quad /8/$$

$$\bar{w}_{jt} = \varphi_j^*(\hat{y}, \hat{w}), \quad \varphi_j^*(\hat{y}, \hat{w}) = \varphi_j^*(x, \hat{t}, \hat{y}, \hat{y}_x, \hat{w}, \hat{w}_x) \quad /9/$$

Исследование разностных схем /9/ - /10/ проводится с помощью итерационных процессов вида

$$y_{it}^{s+1} = (y_{ix}^s - y_{xx}^s) \frac{\partial \varphi_i(\hat{y}, \hat{w})}{\partial y_{xx}^s} + \varphi_i(\hat{y}, \hat{w}), \quad /10/$$

$$\bar{w}_{jt}^{s+1} = (\bar{w}_{jx}^s - \bar{w}_{xx}^s) \frac{\partial \varphi_j^*(\hat{y}, \hat{w})}{\partial \bar{w}_{xx}^s} + \varphi_j^*(\hat{y}, \hat{w}). \quad /11/$$

В §6 формулируются и доказываются некоторые вспомогательные утверждения, необходимые для дальнейшего изложения.

В §7 с помощью энергетического метода, V -метода, метода математической индукции, опираясь на доказанные в §6 вспомогательные леммы, устанавливается априорная оценка решения разностной задачи /8/ - /9/ в сеточных нормах W_2^1 , W_2^2 . Оценка получена при некоторых соотношениях на сеточные шаги h и τ . Доказательство существования разностного решения носит конструктивный характер и сводится к изучению сходимости итерационного процесса /10/, /11/.

В §8 приводятся результаты вычислительного эксперимента, подтверждающего некоторые теоретические результаты.

В третьей главе строятся и изучаются устойчивые разностные схемы с весами для нестационарных параболических и гиперболических уравнений, а также стационарных уравнений с нестационарными граничными условиями. Предлагаемый класс схем строится с помощью интегро-интерполяционного метода и принципа усреднения нелинейных членов по области изменения точного решения. Построенные схемы удовлетворяют разностным законам сохранения, являющимся дискретными аналогами соответствующих интегральных соотношений, справедливых для исходной дифференциальной задачи.

§9 посвящен построению и исследованию устойчивых разностных схем с весами для параболических уравнений. В области Ω_T рассматривается уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^\gamma \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \gamma > -2$$

/12/

с начальными и граничными условиями

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad /13/$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0. \quad /14/$$

На равномерной сетке $\bar{\omega}_{k, \tau}$ для численного решения задачи /12/ - /14/ строятся следующие разностные схемы

$$y_{\pm} = 0,5 \{ (\varphi(|\hat{y}_{\pm}|, |y_{\pm}|) (\sigma \hat{y}_{\pm} + (1-\sigma) y_{\pm}))_x + \\ + (\varphi(|\hat{y}_x|, |y_x|) (\sigma \hat{y}_x + (1-\sigma) y_x))_{\bar{x}} \}, \quad /15/$$

$$(1+\theta) y_{\pm} - \theta \hat{y}_{\pm} = 0,5 \{ (\varphi(|\hat{y}_{\pm}|, |\hat{y}_{\pm}|) (\sigma \hat{y}_{\pm} + (1-\sigma) \hat{y}_{\pm}))_x + \\ + (\varphi(|\hat{y}_x|, |\hat{y}_x|) (\sigma \hat{y}_x + (1-\sigma) \hat{y}_x))_{\bar{x}} \}, \quad /16/$$

где $\theta \geq 0$, $\sigma \leq 1$ - числовые параметры, функционал $\varphi(|\hat{v}|, |v|)$ имеет вид

$$\varphi(|\hat{v}|, |v|) = \left(\frac{m}{2n} + 1\right)^{-1} \frac{\sum_{i=1}^{m+2n} \{ \frac{1}{2} \frac{m+2n-i}{i-1} \}}{\sum_{i=1}^{2n} \{ \frac{1}{2} \frac{2n-i}{i-1} \}}, \\ \{ = |v|^{\frac{1}{\gamma}}, \quad \gamma = \frac{m}{n}; \quad m, n - \text{натуральные числа.}$$

Начальное и граничные условия аппроксимируются точно.

Для решения разностной схемы /15/ получена априорная оценка вида

$$\sum_{j=1}^{j_0} \tau \| \hat{y}_{\pm} \|^2 + 0,5(\sigma - 0,5) \sum_{j=1}^{j_0} \tau^2 \{ (\varphi(|\hat{y}_{\pm}|, |y_{\pm}|) \hat{y}_{\pm}^2, 1) + \\ + [\varphi(|\hat{y}_x|, |y_x|) \hat{y}_{\pm}^2, 1] \} + 0,5 \{ 0,5 \left(\frac{m}{2n} + 1\right)^{-1} (|\hat{y}_{\pm}^{(j_0)}|^{\frac{m}{n}+2}, 1) \} + \\ + 0,5 \left(\frac{m}{2n} + 1\right)^{-1} [|\hat{y}_x^{(j_0)}|^{\frac{m}{n}+2}, 1] \} = 0,5 \{ 0,5 \left(\frac{m}{2n} + 1\right)^{-1} (|u_{0\pm}|^{\frac{m}{n}+2}, 1) \} + \\ + 0,5 \left(\frac{m}{2n} + 1\right)^{-1} [|u_{0x}|^{\frac{m}{n}+2}, 1 \}. \quad /17/$$

Данное энергетическое тождество является разностным аналогом интегрального закона сохранения исходной задачи:

$$T \int_0^T \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^2 dx + 0,5 \left(\frac{\sigma}{2} + 1\right) \int_0^T \left| \frac{\partial u}{\partial x}(x, T) \right|^{\sigma+2} dx = 0,5 \left(\frac{\sigma}{2} + 1\right) \int_0^T |u_0'(x)|^{\sigma+2} dx /18/$$

При $\sigma = 0,5$ /17/ полностью согласуется с полученным законом сохранения для дифференциальной задачи /18/. Причем, если $\sigma > 0,5$, то второй член в левой части /17/ свидетельствует о наличии дисбаланса, возникающего за счет конструкции разностной схемы.

Аналогичные оценки приводятся для решения трехслойной разностной схемы /16/.

Полученные результаты обобщаются на уравнение более общего вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{\sigma} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - |u|^{\rho} u, \quad \rho, \sigma > -2.$$

В §10 исследуются устойчивые разностные схемы с весами для нелинейного гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{\sigma} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \sigma > 0. \quad /19/$$

Для уравнения /19/ предлагаются следующие разностные схемы:

$$y_{\pm t} = 0,5 \{ (\varphi(|\hat{y}_{\pm}|, |\hat{y}_{\pm}|) (\sigma \hat{y}_{\pm} + (1-\sigma) \hat{y}_{\pm}))_x + \\ + (\varphi(|\hat{y}_x|, |\hat{y}_x|) (\sigma \hat{y}_x + (1-\sigma) \hat{y}_x))_{\bar{x}} \}, \quad /20/$$

$$y_{\pm t} = 0,5 \{ (\varphi(\frac{|\hat{y}_{\pm} + y_{\pm}|}{2}, \frac{|\hat{y}_{\pm} + y_{\pm}|}{2}) (\sigma \hat{y}_{\pm} + (1-2\sigma) y_{\pm} + \sigma \hat{y}_{\pm}))_x + \\ + (\varphi(\frac{|\hat{y}_x + y_x|}{2}, \frac{|\hat{y}_x + y_x|}{2}) (\sigma \hat{y}_x + (1-2\sigma) y_x + \sigma \hat{y}_x))_{\bar{x}} \}. \quad /21/$$

Показывается, что имеют место следующие законы сохранения:

$$E(t) = E(0), \quad E(t) = \int_0^L \left| \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) \right|^2 dx + 0,5 \left(\frac{\sigma}{2} + 1\right)^{-1} \int_0^L \left| \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right|^{\sigma+2} dx$$

для дифференциальной задачи и

$$\varphi(t_{j_0}) = \varphi(0),$$

$$\varphi(t_j) = \| \hat{y}_{\pm} \|^2 + 0,5 \left(\frac{\sigma}{2} + 1\right)^{-1} \left(|\hat{y}_{\pm}|^{\sigma+2} \right)^{(0,5)} + \left(|\hat{y}_x|^{\sigma+2} \right)^{(0,5)} /22/$$

для решения разностной задачи.

Энергетическое равенство /22/ получено для схемы /20/ при $\sigma = 0,5$. Отметим, что аналогичный закон сохранения можно построить и для схемы /21/.

В §11 рассматривается стационарное уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

/23/

с начальным условием

$$u(x, 0) = u_0(x)$$

и различными видами нестационарных граничных условий^(х):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \end{array} \right. \quad \text{при } x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \end{array} \right. \quad \text{при } x = l,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \end{array} \right. \quad \text{при } x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + |u|^p u = 0 \end{array} \right. \quad \text{при } x = l,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial u}{\partial x} + \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^p \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^p \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \quad \text{при } x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial u}{\partial x} + \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^p \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^p \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \quad \text{при } x = l.$$

Для приведенных задач с помощью интегро-интерполяционного метода и принципа усреднения по решению построены устойчивые разностные схемы с весами. Получены априорные оценки решения построенных разностных методов.

В силу того, что разностные схемы, изученные в третьей главе неявные, немаловажными представляются исследования, посвященные итерационным методам реализации этих схем. Дело в том, что выбор того или иного процесса, того или иного начального приближения может существенно повлиять на качество реализуемых ими схем. В данной главе рассматриваются три вида итерационных процессов: два варианта метода простой итерации и метод Ньютона. Получены условия и оценки скорости сходимости построенных итерационных методов. Результаты сформулированы в виде теорем. Проведенные исследования позволяют выбрать для реализации разных схем процесс с нужными свойствами.

В §12 приводятся результаты численного эксперимента, подтверждающего теоретические выводы преимущества предлагаемых алгоритмов.

^х Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. - М.: Мир, 1972. - 588 с.

В приложении диссертации обсуждаются результаты численного исследования задачи акустических колебаний в многослойных биологических тканях, нагреваемых импульсным световым излучением. При решении данной задачи использовались алгоритмы, построенные и изученные в I и II главах.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Построены и изучены разностные схемы первого и второго порядка аппроксимации для систем нелинейных параболических и гиперболических уравнений, как разрешенных относительно производной по времени $\frac{\partial u}{\partial t}$, так и неразрешенных, с нелинейными граничными условиями.

2. Для нелинейных нестационарных параболических и гиперболических уравнений, а также стационарных уравнений с различными видами нестационарных граничных условий разработан класс разностных схем, удовлетворяющий разностным законам сохранения как по пространственной, так и по временной переменным.

3. Исследованы различные итерационные процессы решения неявных разностных схем, которые аппроксимируют соответствующие задачи, рассмотренные в диссертационной работе.

4. На основе разработанных и обоснованных разностных методов численно решена задача, описывающая акустические колебания в многослойных биологических тканях, нагреваемых импульсным световым излучением.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Жадаева Н.Г., Шербаф А.И. О сходимости разностных схем для системы нелинейных нестационарных уравнений второго порядка // Докл. АН БССР. - 1977. - т.21, № 12. - С.1064-1066.
2. Матус П.П., Шербаф А.И. О разностных схемах для некоторых нелинейных нестационарных задач // Математические методы и их применение: Тез. докл. - Минск, 1977. - С.100-101.
3. Матус П.П., Шербаф А.И. Разностные схемы с опережением для совместных уравнений параболического и гиперболического типов / Редкол. журн. "Весті АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук". - Мн., 1977. - 28 с. Деп. в ВИНТИ 7 июля 1977, № 2246.
4. Шербаф А.И. Обоснование разностных схем для решения системы нелинейных уравнений // Математические методы и применение ЦВМ: Тез. докл. - Вильнюс, 1978. - С.40-41.
5. Жадаева Н.Г., Шербаф А.И. Решение одной краевой задачи для системы нелинейных уравнений методом сеток // Весті АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. - 1979. - № 1. - С.24-28.
6. Шербаф А.И. Об устойчивых разностных схемах с весами для некоторых нелинейных нестационарных задач математической физики // Весті АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. - 1983. - № 2. - С. 34-40.
7. Шербаф А.И. Устойчивые разностные схемы с весами для нелинейных параболических и гиперболических задач // Вычислительные методы и математическое моделирование: Тез. лекций и докл. - Москва, 1984. - С. 60-61.
8. Подольцев А.С., Шербаф А.И. Численное моделирование акустических процессов в биологических тканях при импульсном световом воздействии // Вычислительные методы и математическое моделирование: Тез. докл. - Красноярск, 1986. - С. 78-79.