

2.5. Поверхностное натяжение жидкостей

Основные законы и формулы

Если молекула находится внутри жидкости и удалена от ее поверхности на расстояние, превышающее *радиус сферы молекулярного действия*, силы притяжения, действующие на некоторую выделенную молекулу, в среднем уравниваются. Если же молекула находится в поверхностном слое, толщина которого не превосходит радиуса сферы молекулярного действия, то возникает равнодействующая сила, направленная внутрь жидкости. В результате в поверхностном слое появляются силы притяжения между молекулами, действующие вдоль поверхности жидкости. Эти силы называются *силами поверхностного натяжения*. Коэффициент поверхностного натяжения σ численно равен отношению модуля F силы поверхностного натяжения, действующей на границу поверхностного слоя длиной l , к этой длине:

$$\sigma = \frac{F}{l}. \quad (2.19)$$

С возрастанием температуры σ уменьшается и обращается в нуль при критической температуре.

Силами взаимодействия молекул жидкости с молекулами твердых тел объясняется явление смачивания и несмачивания. С этим явлением связан подъем жидкости в *капиллярах*. Высота поднятия смачивающей жидкости в капилляре

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r}, \quad (2.20)$$

где θ — *угол смачивания (краевой угол)*; ρ — плотность жидкости; r — радиус капилляра.

Жидкость, которая не смачивает стенки капилляра, опускается ниже уровня жидкости в широком сосуде. Для полного смачивания $\theta = 0$, для полного несмачивания $\theta = 180^\circ$.

Методические указания к решению задач

В задачах данной темы рассматриваются явления в поверхностном слое жидкости. Эти явления специфичны, поэтому при решении задач следует обратить внимание на физическое истолкование особенностей нахождения молекул в поверхностном слое и внутри жидкости, различие их концентраций, сил взаимодействия, расстояний между ними. При расчетах сил поверхностного натяжения следует учитывать, что они действуют вдоль любого контура, ограничивающего участок поверхности раздела жидкости. При этом сила поверхностного натяжения, приложенная к каждому элементу контура, направлена касательно к поверхности по внутренней нормали к элементу контура.

Во многих задачах, связанных с поверхностным натяжением, рассматриваются мыльные пленки. В этих случаях необходимо учитывать, что пленка имеет две поверхности — наружную и внутреннюю, вдоль каждой из которых действуют силы поверхностного натяжения. При решении задач на нахождение коэффициента поверхностного натяжения (или других связанных с ним величин) методом отрыва капель диаметр шейки капли определяется исходя из условия равновесия в момент отрыва силы тяжести и результирующей сил поверхностного натяжения жидкости.

В процессе решения задач следует обратить внимание на энергетический подход к рассмотрению явления поверхностного натяжения. При этом подходе σ определяется работой, которую необходимо затратить, чтобы изотермически увеличить поверхность жидкости на единицу площади при сохранении неизменным объема:

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}.$$

При решении задач, в которых рассматривается поверхностное натяжение жидкостей с искривленными поверхностями, нужно дать учащимся понятие о добавочном (положительном или отрицательном) давлении, определяемом формулой $p = \frac{2\sigma}{r}$, где r — радиус кривизны поверхности. Для выпуклой поверхности p положительно, для вогнутой — отрицательно. Необходимо обратить внимание учащихся на то, что это изменение давления происходит скачком.

В задачах по расчету высоты поднятия в капилляре, где невозможно воспользоваться формулой (2.20), следует исходить из условия равновесия столба жидкости.

Примеры решения задач

Пример 1. Тонкое кольцо, средний диаметр которого $d = 80$ мм, подвешено на пружине с коэффициентом жесткости $k = 20$ Н/м и соприкасается с поверхностью жидкости. При медленном опускании поверхности жидкости кольцо оторвалось от нее при растяжении пружины на $x = 16$ мм. Определите коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Решение. Перед отрывом кольца от жидкости ее свободная поверхность у границы с кольцом располагается приблизительно вертикально. Вдоль каждой единицы длины внутренней и наружной окружностей кольца действует сила поверхностного натяжения, равная, согласно формуле (2.19), коэффициенту σ . Векторы этих сил касательны к свободной поверхности жидкости и направлены вертикально вниз. Поэтому результирующая сила поверхностного натяжения, действующая на кольцо, также направлена вертикально вниз и равна сумме сил, действующих на отдельные элементы контура, т. е.

$$F_n = 2\pi d\sigma.$$

Для отрыва кольца от жидкости необходимо приложить силу F , направленную вертикально вверх, которая уравновесила бы силу поверхностного натяжения. Следовательно, $2\pi d\sigma = kx$; отсюда коэффициент поверхностного натяжения

$$\sigma = \frac{kx}{2\pi d}.$$

Численно: $\sigma = 0,64$ Н/м.

Пример 2. При плавлении нижнего конца вертикально подвешенной свинцовой проволоки диаметром $d = 2$ мм образовалось $n = 50$ капель свинца. Определите диаметр капель. На сколько укоротилась проволока? Коэффициент поверхностного натяжения жидкого свинца $\sigma = 0,47$ Н/м.

Решение. По мере плавления проволоки на ее конце образуется капля и растет до таких размеров, пока ее сила тяжести не станет равной результирующей сил поверхностного натяжения, действующих по контуру, ограничивающему поперечное сечение шейки (по окружности):

$$P = F. \quad (2.21)$$

Сила тяжести, действующая на каплю в момент отрыва,

$$P = V_1\rho g = \frac{1}{6}\pi d_1^3\rho g, \quad (2.22)$$

где d — диаметр шейки капли, равный диаметру проволоки.

Результирующая сил поверхностного натяжения

$$F = \pi d \sigma, \quad (2.23)$$

где d — диаметр капли, равный диаметру проволоки.

Подставив значения (2.22) и (2.23) в (2.21), определим диаметр капли:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{6d\sigma}{\rho g}} = 3,7 \text{ мм.}$$

Объем расплавленной части проволоки

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}, \quad (2.24)$$

где h — ее длина.

Объем одной капли

$$V_1 = \frac{\pi d \sigma}{\rho g}.$$

Из расплавленной части проволоки образовалось n капель, следовательно,

$$V = nV_1 = \frac{\pi d^2 \sigma}{\rho g}. \quad (2.25)$$

Приравняв правые части равенств (2.24) и (2.25), получим:

$$\frac{dh}{4} = \frac{n\sigma}{\rho h}, \text{ откуда } h = \frac{4n\sigma}{d\rho g}.$$

Численно: $h = 42,4$ см.

Пример 3. Длина выступающей части капиллярной трубки, погруженной в вертикальном положении в сосуд с ртутью, $l = 10$ см, а разность уровней в трубке и сосуде $l_1 = 5$ см. В этом положении верхний конец трубки закрывают и поднимают ее до тех пор, пока не сравняются уровни ртути в трубке и в сосуде. Определите длину выступающей части трубки, если атмосферное давление $p_0 = 1010$ гПа.

Решение. Разность уровней ртути в трубке и сосуде обусловлена действием сил поверхностного натяжения и будет в первом случае определяться условием

$$2\pi r \sigma = \pi r^2 \rho g l_1,$$

где r — радиус трубки; ρ — плотность ртути.

При подъеме закрытой трубки давление внутри нее в результате увеличения объема, занимаемого воздухом, уменьшается. В этом случае сила

поверхностного натяжения уравнивает силу, возникающую за счет разности атмосферного давления p_0 и давления воздуха p внутри трубки:

$$2\pi r\sigma = \pi r^2(p_0 - p).$$

Совместное решение этих двух уравнений дает:

$$p_0 - p = \rho g l_1. \quad (2.26)$$

Применив к состоянию воздуха в трубке закон Бойля–Мариотта $p_0 V_0 = pV$ (где $V_0 = (l+l_1)S$, $V = hS$), найдем давление:

$$p = p_0 \frac{l+l_1}{h}, \quad (2.27)$$

где h — длина выступающей части трубки во втором случае.

Подставляя значение (2.27) в формулу (2.26), получаем:

$$p_0 \left(1 - \frac{l+l_1}{h}\right) = \rho g l_1.$$

Из этого уравнения определяем

$$h = \frac{p_0(l+l_1)}{p_0 - \rho g l_1} = \frac{l+l_1}{1 - \frac{\rho g l_1}{p_0}}.$$

Численно: $h = 16$ см.

Пример 4. Давление в откачиваемом объеме измеряется открытым U-образным манометром, заполненным ртутью (рис. 2.25). Диаметр трубки одного колена манометра $d_1 = 0,5$ мм, другого $d_2 = 2$ мм. Каково измеряемое давление, если уровни ртути в трубках одинаковы? Атмосферное давление $p_1 = 990$ гПа.

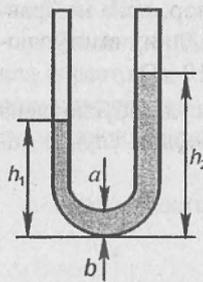


Рис. 2.25

Решение. Ртуть в сообщающихся сосудах находится в равновесии, если давления в сечении ab слева и справа одинаковы. Эти давления представляют сумму гидростатического давления, создаваемого столбом ртути $\rho g h$, давления, создаваемого силами поверхностного натяжения $\left(\frac{F}{S} = \frac{4\pi d\sigma}{\pi d^2} - \frac{4\sigma}{d}\right)$, и внешнего давления.

По данным задачи $h_1 = h_2$, следовательно, условие равновесия

$$p_1 + \frac{4\sigma}{d_1} = p + \frac{4\sigma}{d_2},$$

откуда измеряемое давление

$$p_1 = p + 4\sigma \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right).$$

Численно: $p_1 = 960$ гПа.

Тестовое задание по теме

1. Ингалятор при распылении оливкового масла, коэффициент поверхностного натяжения которого 34,6 мН/м, позволяет получить аэрозоль, состоящую из капелек масла диаметром 3 мкм.

1.1. Сколько капелек образуется при распылении 1 г оливкового масла, если его плотность 920 кг/м³.

А — $2,6 \cdot 10^5$. В — 260. С — $1 \cdot 10^6$. D — 2600.

1.2. Определите энергию, которая выделяется при слиянии двух капель масла?

1.3. Определите работу, которую необходимо совершить против сил поверхностного натяжения при распылении 1 г оливкового масла.

2. Вертикальная проволочная рамка, нижней стороной которой является подвижная перекладина длиной 8 см, затянута мыльной пленкой с коэффициентом натяжения 40 мН/м.

2.1. Чему равна сила, действующая на перекладину со стороны пленки?

А — 6,4 мН. В — 3,2 мН. С — 0. D — 1,6 Н.

2.2. Определите массу перекладины, если площадь пленки не изменяется.

2.3. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить площадь пленки на 32 см², если в начальном состоянии перекладина неподвижна?

3. Капилляр диаметром 0,2 мм опущен в воду в вертикальном положении. Вследствие неполного смачивания стенок капилляра водой краевой угол равен 30°.

3.1. Как направлена результирующая сил поверхностного натяжения, действующих на воду, находящуюся в капилляре?

А — вертикально вверх. В — вверх под углом 30° к вертикали.

С — горизонтально. D — вверх под углом 60° к вертикали.

3.2. Определите высоту подъема воды в капилляре, если коэффициент поверхностного натяжения воды равен 72 мН/м.

3.3. Определите работу, совершенную силами поверхностного натяжения при подъеме воды в капилляре.

4. Два стеклянных капилляра опущены в вертикальном состоянии в воду.

4.1. Чему равно отношение диаметров капилляров, если высота воды в первом из них в четыре раза меньше, чем во втором?

$$A — \frac{d_1}{d_2} = 4. \quad B — \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{4}. \quad C — \frac{d_1}{d_2} = 1. \quad D — \frac{d_1}{d_2} = 2.$$

4.2. Определите высоту поднятия воды в первом капилляре, если ее масса равна m .

4.3. Определите количество теплоты, выделившейся при поднятии жидкости во втором капилляре, и исследуйте ее зависимость от краевого угла.

5. В двух сообщающихся вертикальных стеклянных капиллярах находится ртуть. Диаметр первого капилляра 1 мм, второго — 0,5 мм.

5.1. В каком из капилляров уровень ртути находится на большей высоте?

A — в первом. B — во втором. C — уровни ртути в капиллярах одинаковы. D — однозначно ответить на этот вопрос нельзя.

5.2. Определите коэффициент поверхностного натяжения ртути, если разность ее уровней в капиллярах составляет 1,5 см. Краевой угол равен 180° .

5.3. При каких условиях высота уровней ртути в этих капиллярах может оказаться одинаковой?

6. Стеклянная трубка ртутного барометра радиусом r , верхний конец которой запаян, опущена в вертикальном состоянии в чашку с ртутью.

6.1. Чему равно давление насыщенных паров ртути в трубке, если она поднялась на высоту h при нормальном атмосферном давлении p_0 , если смачивание является полным?

$$A — p = 0. \quad B — p = p_0 - \rho gh. \quad C — p = p_0 - \rho gh - \frac{2\sigma}{r}.$$

$$D — p = p_0 - \rho gh - \frac{2\sigma}{r} \cos \Theta.$$

6.2. Каким должен быть диаметр трубки ртутного барометра, чтобы поправка, вносимая в его показания, с учетом капиллярного опускания ртути не превышала 3 мм?

6.3. Определите массу ртути в трубке барометра при нормальном атмосферном давлении и температуре 17°C , если давление насыщенных паров ртути при этой температуре 10^{-3} мм. рт. ст., диаметр трубки 0,5 мм, а коэффициент поверхностного натяжения ртути 470 мН/м.

- 7.** Пробковый кубик со стороной 2 см плавает на поверхности воды.
- 7.1.** Как направлена и к чему приложена сила противодействия силам поверхностного натяжения, если вода полностью смачивает кубик?
 А — направлена вертикально вверх и приложена к поверхностному слою воды.
 В — направлена вертикально вверх и приложена к кубику.
 С — направлена вертикально вниз и приложена к кубику.
 D — направлена горизонтально и приложена к кубику.
- 7.2.** Чему равна сила поверхностного натяжения, действующая вдоль линии соприкосновения кубика с поверхностью воды, если коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 72$ мН/м?
 А — 36 мН. В — 57,6 мН. С — 72 мН. D — 576 мН.
- 7.3.** Определите глубину погружения кубика в воду, считая смачивание полным, если плотность пробки равна 240 кг/м^3 . Исследуйте зависимость глубины погружения кубика в воду в зависимости от краевого угла, считая краевой угол равным 30° .
- 8.** Стальная игла диаметром 1,7 мм и длиной 34 мм, смазанная жиром, может плавать в горизонтальном положении на поверхности воды.
- 8.1.** Чему равна выталкивающая сила, действующая на иглу, если глубина ее погружения в воду равна половине диаметра?
 А — 0. В — 1 Н. С — 770 мкН. D — 1 мН.
- 8.2.** Определите глубину погружения иглы в воду.
- 8.3.** Определите минимальное отношение длины иглы к ее диаметру, при котором она не сможет удержаться на поверхности воды.

Задачи для самостоятельного решения

- 2.123.** Почему полотно палатки сильно натягивается после дождя?
- 2.124.** Для удаления с ткани парафиновых и иных жирных пятен обычно проглаживают ткань горячим утюгом через бумагу. Почему при этом парафин или жир впитывается в бумагу, а не расплывается по ткани?
- 2.125.** Почему алюминий не удаётся паять оловянным припоем?
- 2.126.** Какова форма капель воды, из которых состоит туман? Почему?
- 2.127.** Одна стеклянная колба наполовину заполнена водой, другая — ртутью. Какие формы примут эти жидкости в состоянии невесомости?
- 2.128.** При удалении с поверхности ткани жирного пятна рекомендуется смачивать растворителем центр пятна, а не все пятно. Почему?
- 2.129.** Почему перед пайкой соединяемые поверхности подвергаются тщательной очистке от окислов?

2.130. За счет какого источника энергии поднимается жидкость в капилляре?

2.131. После боронования почвы испарение влаги из нее значительно уменьшается. Чем это объясняется?

2.132. Объясните физическую сущность флотации — способа обогащения руд, т. е. увеличения содержания в них ценных составных частей.

2.133. Объясните устройство и принцип действия применяемых в метеорологии минимального и максимального термометров.

2.134. Можно ли при помощи ареометра измерить плотность жидкости, находящейся на борту космического корабля?

2.135. Сообщающиеся капиллярные трубки разного диаметра заполнены водой. Как изменится разность уровней воды в трубках при нагревании воды?

2.136. Из двух капельниц с одинаковыми диаметрами отверстий вытекают каплями равные массы воды и спирта при 20°C . Сравните число образовавшихся капель, приняв, что диаметр шейки капли равен диаметру отверстия капельницы.

2.137. При натяжении мыльной пленкой проволочной прямоугольной рамки (рис. 2.26) ее подвижная сторона ab осталась в равновесии. Определите, из какой проволоки изготовлена рамка, если ее диаметр $1,1\text{ мм}$. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора принять равным $4 \cdot 10^{-2}\text{ Н/м}$.

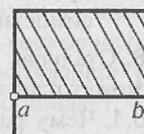


Рис. 2.26

2.138. При перемещении одной стороны (длиной $0,03\text{ м}$) проволочной прямоугольной рамки, натянутой мыльной пленкой, на 21 мДж совершается работа $0,05\text{ мДж}$. Определите коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

2.139. Капиллярную трубку, внутренний диаметр которой $0,5\text{ мм}$, опускают в воду перпендикулярно к поверхности и под углом 30° к поверхности. Какова будет высота столба воды в трубке в обоих случаях?

2.140. Атмосферное давление измеряют чашечным ртутным барометром, имеющим диаметр канала трубки 5 мм . Какую поправку нужно вводить в отсчеты по этому барометру, чтобы получить верные значения атмосферного давления? Какова относительная ошибка измерений, если барометр показывает $97,5\text{ кПа}$?

2.141. Одной из причин образования дождевых капель является слияние мелких капель, возникших при конденсации водяного пара на мельчайших частицах пыли и других примесей в воздухе. Определите, какое количество тепла выделяется при образовании дождевой капли радиусом 1 мм в результате слияния мелких капель радиусом 1 мкм .

2.142. Запаянная стеклянная трубка, заполненная ртутью, погружена открытым концом в широкий сосуд. Внутренний диаметр трубки