

2.4. Методыка рашэння задач па тэме «Асновы дынамікі»

Апісанне механічнага руху мае сэнс толькі тады, калі выбраны інерцыяльная сістэма адліку, адносна якой вызначаюцца ўсе кінематычныя характарыстыкі руху матэрыяльнага пункта і сілы, якія дзейнічаюць на яго. Таму рашэнне задач па дынаміцы патрабуе адначасовага выкарыстання ўсіх трох законаў Ньютана. На аснове першага закону выбіраецца інерцыяльная сістэма адліку (ІСА). Паколькі ў ІСА сілы, што дзейнічаюць на цела, абумоўлены толькі яго узаемадзеяннем з іншымі матэрыяльнымі аб'ектамі, то яны могуць быць вызначаны на аснове аналізу гэтых узаемадзеянняў з прымяненнем трэцяга закону Ньютана. І, нарэшце, другі закон Ньютана дае магчымасць вызначыць законы руху цела, г. зн. знайсці яго каардынаты ў адвольны момант часу па вядомых сілах (прамая задача дынамікі) або, наадварот, знайсці сілы па вядомых законах руху (адваротная задача дынамікі).

Для таго каб авалодаць метадамі рашэння задач па дынаміцы, неабходна засвоіць наступнае:

1. Паскарэнне як вектар па напрамку заўсёды супадае з напрамкам вектара змянення скорасці, г. зн. $\vec{a} \uparrow \Delta \vec{v}$.

2. У выпадку адвольнага крывалінейнага руху поўнае паскарэнне $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$. Нармальнае складальнае паскарэнне (цэнтраімклівае паскарэнне) характарызуе змяненне скорасці па напрамку і накіравана да цэнтра крывізны ў дадзеным пункце траекторыі. Тангенцыяльнае складальнае паскарэнне характарызуе змяненне модуля вектара скорасці з цягам часу і накіравана па датычнай да траекторыі руху. Пры прамалінейным руху $a_n = 0$, г. зн. поўнае паскарэнне $\vec{a} = \vec{a}_\tau$, а яго напрамак пры паскораным руху супадае з напрамкам скорасці, пры запаволеным — супрацьлеглы яму. Пры руху па акружнасці з пастаяннай па модулю скорасцю $a_\tau = 0$, г. зн. $\vec{a} = \vec{a}_n$ і накіравана па радыусу акружнасці да яе цэнтра.

3. Фармулёўкі, фізічную сутнасць і межы прымяняльнасці трох законаў Ньютана.

4. Сіла як вектар мае абсалютнае значэнне (модуль), напрамак і пункт прыкладання.

5. Тыпы сіл, якія разглядаюцца ў механіцы (сілы гравітацыйнага прыцяжэння, пругкасці, трэння, цяжару).

6. Законы і аналітычныя выразы, якія вызначаюць значэнні сіл кожнага тыпу.

Другі закон Ньютана $\vec{F} = m\vec{a}$ можна прымяняць як для прамалінейнага, так і для крывалінейнага руху (у тым ліку для руху па акружнасці).

У адпаведнасці з асноўнымі этапамі рашэння задачы па фізіцы пры рашэнні задач па тэме «Асновы дынамікі» можна кіравацца наступным квазіалгарытмам.

1. Прааналізуйце фізічную сітуацыю, апісаную ў задачы, і вылучыце яўна і няяўна зададзеныя матэрыяльныя аб'екты задачы.

2. Выберыце сістэму адліку і увядзіце яе ідэальную фізічную мадэль — інерцыяльную сістэму адліку.

3. Выберыце фізічную сістэму (звычайна, гэта адно цела) і замяніце аб'екты, уключаныя ў яе, іх ідэальнымі мадэлямі.

4. Вызначце тып фізічнай сістэмы і высветліце магчымасць прымянення законаў дынамікі для яе апісання.

5. Вызначце, з якімі матэрыяльнымі аб'ектамі узаемадзейнічае вылучаная фізічная сістэма, і увядзіце сілы, якія характарызуюць гэтыя ўзаемадзеянні.

6. Запішыце другі закон Ньютана ў вектарнай форме.

7. Пакажыце на схематычным рысунку сілы, што дзейнічаюць на фізічную сістэму, і кінематычныя характарыстыкі яе руху (скорасць, паскарэнне, перамяшчэнне і інш.).

8. Спраецыруйце вектарныя велічыні на восі Ox і Oy (адна з восей павінна быць накіравана па паскарэнню) і праверце, ці з'яўляецца атрыманая сістэма ўраўненняў поўнай.

9. З улікам трэцяга закону Ньютана, закону Кулона — Амантана або законаў кінематыкі і спецыяльных умоў, што зададзены ў задачы, складзіце дадатковыя ўраўненні.

10. Рашыце атрыманую сістэму ўраўненняў адносна невядомых у агульным выглядзе.

11. Праверце правільнасць рашэння ў агульным выглядзе.

12. Зрабіце разлікі.

13. Прааналізуйце вынікі.

Памятайце, што калі ў задачы разглядаецца рух некалькіх цел, то другі закон Ньютана неабходна запісаць для кожнага з іх і ўлічыць кінематычныя і дынамічныя сувязі паміж характарыстыкамі руху гэтых цел (напрыклад, роўнасць паскарэнняў цел, звязаных паміж сабою, роўнасць сіл дзеяння і супрацьдзеяння і г. д.).

Пры ўзнікненні цяжкасцей у працэсе аналізу фізічнай сітуацыі або вынікаў рашэння звяртайцеся да аўрыстычных арыенціраў.

Эўрыстычныя арыенціры
(аналіз фізічнай сітуацыі і вынікаў рашэння)

- I. Выберыце інерцыяльную сістэму адліку:
1. У якіх выпадках СА можна лічыць інерцыяльнай?
 2. Ці можна ў дадзенай задачы не браць пад увагу вярчэння Зямлі вакол уласнай восі, яе рух вакол Сонца?
 3. Ці можна СА, звязаную з Зямлёй (паверхняй Зямлі, цэнтрам Зямлі), лічыць інерцыяльнай?
- II. Устаноўце, ці можна разглядаць аб'ект, што рухаецца, як матэрыяльны пункт ці як цвёрдае цела:
1. У якіх выпадках аб'ект, што рухаецца, можна лічыць матэрыяльным пунктам?
 2. Ці можна ў дадзенай задачы не браць пад увагу памеры цела, якое рухаецца, у параўнанні з адлегласцямі або замяніць рух цела рухам яго цэнтра мас?
 3. Ці можна лічыць рухомы аб'ект матэрыяльным пунктам?
- III. Пакажыце сілы, прыкладзеныя да кожнага цела:
1. Што называецца сілай узаемадзеяння?
 2. Якія аб'екты ўзаемадзейнічаюць з разглядаемым у задачы целам?
 3. Узаемадзеянне з якімі аб'ектамі цел можна не браць у разлік, чаму?
 4. Ці можна ніткі лічыць бязважкімі і нерасцяжымі?
 5. Якія сілы прыкладзены да разглядаемага цела?
- IV. Устаноўце напрамак руху цела:
1. Ад чаго залежыць напрамак руху матэрыяльнага пункта або цэнтра мас цела?
 2. Як накіраваны пачатковая скорасць і сілы, прыкладзеныя да цела, якія абмежаванні накладзены на яго рух з боку сувязей?
 3. У якім напрамку можа адбывацца рух цела?
- V. Якасна вызначце характар руху па паскарэнню:
1. Ці вядома залежнасць скорасці руху ад часу?
 2. Ці вядома залежнасць сіл, што дзейнічаюць на цела, ад часу, якая гэта залежнасць?
 3. Які характар руху цела па паскарэнню?
- VI. Устаноўце від траекторыі руху цела:
1. Чым вызначаецца від траекторыі руху цела ў канкрэтнай ІСА?

2. Чаму роўны вугал паміж вектарам скорасці і вектарам раўнамернай усіх сіл, прыкладзеных да цела?

3. Ці застаецца вугал паміж \vec{v} і \vec{F} нязменным у час руху?

4. Ці можна паверхню Зямлі ў дадзенай задачы лічыць плоскай?

5. Па якой траекторыі рухаецца цела?

VII. Вызначце сілу трэння:

1. Рухаецца цела ці знаходзіцца ў спакоі ў выбранай ІСА?

2. У якіх межах змяняецца сіла трэння спакою?

3. Ці можна вызначыць рэакцыю апоры?

4. Ці вядомы каэфіцыент трэння?

5. Ці вядомы напрамак руху цела (або напрамак магчымага руху)?

VIII. Калі напрамак руху цел сістэмы невядомы (пасля выканання дзеянняў, прадугледжаных у пункце VII):

1. Дапусціце, што сіла трэння роўна нулю.

2. Выберыце папярэдні напрамак руху і разлічыце паскарэнне.

3. Вызначце напрамак магчымага руху па знаку паскарэння з улікам таго, што рух можа быць толькі роўнапаскораны.

4. Пакажыце напрамак сілы трэння.

IX. Даследуйце вынікі:

1. Ці выканана правіла размернасцей?

2. Ці нельга рашыць задачу ў другой ІСА?

3. Ці нельга рашыць задачу на аснове тэарэмы аб змяненні кінетычнай энергіі або закону захавання механічнай энергіі?

4. Ці рэальны вынік?

5. Ці магчымы гранічны пераход да выдавочнага выпадку?

Канкрэтызуем дзеянні, прадугледжаныя квазіалгарытмам рашэння задач па дынаміцы, на прыкладах.

Прыклад 1. Шафёр аўтамабіля выключыў рухавік і пачаў тармазіць на гарызантальнай дарозе пры скорасці, модуль якой $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце шлях l , пройдзены аўтамабілем за $t = 15$ с, калі каэфіцыент трэння пры тармажэнні $\mu = 0,2$.

Фізічнымі аб'ектамі, якія маюць дачыненне да сітуацыі, апісанай у задачы, з'яўляюцца аўтамабіль, паверхня Зямлі, гравітацыйнае поле Зямлі і паветра.

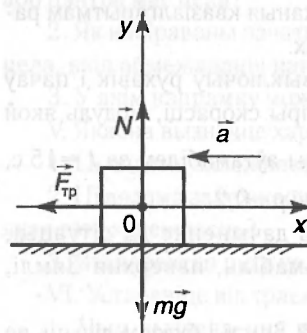
Сістэму адліку звязам з паверхняй Зямлі і будзем лічыць яе інерцыяльнай. Пачатак каардынат выберам у пункце, які супадае

са становішчам цэнтра мас аўтамабіля ў момант часу $t_0 = 0$ і яго адпавядае скорасці $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, вось Ox накіруем супраць руху, а вось Oy — вертыкальна ўверх.

Дапусцім, што ў фізічную сістэму ўваходзіць і аўтамабіль, які можна прыняць за матэрыяльны пункт. Дарожні паветра і Зямля ў адносінах да вылучанай сістэмы з'яўляюцца знешнімі цэламі. Узаемадзеянне сістэмы і знешніх цэлаў можа адбывацца пры дапамозе адпаведных сіл. Дарогу будзем лічыць ідэальна цвёрдым целам (яе дэфармацыю пад дзеяннем аўтамабіля не будзем браць пад увагу, але пругкія сілы, што узнікаюць пры ўзаемадзеянні, неабходна ўлічыць). На усім працягу руху гравітацыйнае поле Зямлі будзем лічыць аднародным і прымаем $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Выштурхвальную сілу і сілу супраціўлення, якія дзейнічаюць на аўтамабіль з боку паветра, залежнасць каэфіцыента трэння ад скорасці руху аўтамабіля, а таксама награванне целу ўчыну руху мэтазгодна не ўлічваем.

Паколькі скорасць вылучанай фізічнай сістэмы (аўтамабіля) малая ў параўнанні са скорасцю святла, то яе рух можна апісаць законамі класічнай механікі. З улікам таго, што фізічная сістэма не замкнёная, для яе апісання можна карыстацца законамі кінематыкі, дынамікі і тэарэмай аб змяненні кінетычнай энергіі. Выкарыстаем кінематыка-дынамічны варыянт апісання фізічнай сістэмы.

Аналіз фізічнай сітуацыі паказвае, што на матэрыяльны пункт (аўтамабіль), які рухаецца ў ІСА «паверхня Зямлі», дзейнічаюць: сіла цяжару $m\vec{g}$, накіраваная вертыкальна ўніз і абумоўленая ўзаемадзеяннем з гравітацыйным полем Зямлі; сіла рэакцыі дарогі



Рыс. 9

\vec{N} , накіраваная вертыкальна ўверх, і сіла трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$, накіраваная ў бок, супрацьлеглы руху, абумоўленая ўзаемадзеяннем з пакрыццём дарогі (рыс. 9).

Згодна з другім законам Ньютана $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$. Калі спраецываць вектарныя велічыні на восі Ox і Oy , атрымаем

$$ma = F_{\text{тр}}, \quad 0 = N - mg.$$

Паводле закону Кулона—Амантана $F_{\text{тр}} = \mu N$. Таму

$$ma = F_{\text{тр}}, N = mg, F_{\text{тр}} = \mu N,$$

адкуль $a = \mu g$. Паколькі $a = \text{const}$, то рух аўтамабіля з'яўляецца рухам паскораным. Таму кінематычныя законы руху маюць выгляд:

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{a t^2}{2}, \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + a t \end{cases}$$

лібо ў скалярнай форме

$$\begin{cases} x = v_0 t - \frac{a t^2}{2}, \\ v_x = v_0 - a t. \end{cases}$$

Зулікам таго, што $a = \mu g$, атрымаем

$$\begin{cases} x = v_0 t - \frac{\mu g t^2}{2}, \\ v_x = v_0 - \mu g t. \end{cases}$$

Прааналізуем атрыманыя формулы ў момант часу $t = t_1 = 15$ с пасля пачатку тармажэння.

Праекцыя скорасці на вось Ox у гэты момант часу ($v_x = -10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$) атрымалася адмоўнай, г. зн. аўтамабіль павінен рухацца ў адваротным напрамку, але гэта забаронена ўмовай задачы (дарога гарызантальная, рухавік выключаны). Такім чынам, канечная скорасць аўтамабіля павінна быць роўна нулю, а час яго руху $t_2 < 15$ с, г. зн.

$$\begin{cases} l = v_0 t_2 - \frac{\mu g t_2^2}{2}, \\ 0 = v_0 - \mu g t_2. \end{cases}$$

Рашыўшы апошнюю сістэму ўраўненняў, атрымаем

$$l = \frac{v_0^2}{2\mu g}, \quad t_2 = \frac{v_0}{\mu g}.$$