Раздел II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

§ 2.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Краткий теоретический материал

Для характеристики масс атомов и молекул используются величины, получившие название относительной атомной массы элемента и относительной молекулярной массы вещества.

Относительной атомной массой A_r химического элемента называют отношение массы атома m_0 этого элемента к $\frac{1}{12}$ массы атома углерода m_{0C}:

$$A_r = \frac{m_0}{\frac{m_{0C}}{12}}.$$

Относительной молекулярной массой M_r вещества называют отношение массы молекулы этого вещества к $\frac{1}{12}$ массы атома углерода:

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{m_{0C}}{12}}.$$

Единица массы, равная $\frac{1}{12}$ массы атома углерода, называется *атомной единицей массы* (а. е. м.). Атомная единица массы

$$m_{\text{ед}} = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Количеством вещества ν называется отношение количества молекул N в данном объеме, содержащем массу m, к количеству N_A атомов в 0,012 кг углерода $^{12}_{6}C$

$$\nu = \frac{N}{N_A}$$

Количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов или молекул), равное числу атомов в 0,012 кг углерода, называется *молем*. Количество атомов или молекул N_A, содержащихся в 1 моле вещества, называется *постоянной Авогадро*

$$N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Массу моля вещества называют *молярной массой М*. Молярная масса равна произведению массы молекулы m_0 на постоянную Авогадро:

$$M = m_0 N_A .$$

Для определения молярной массы вещества пользуются следующим соотношением:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Количество вещества может быть определено по формуле:

$$\nu = \frac{m}{M},$$

где m – масса вещества.

Одной из основных задач *молекулярно-кинетической теории* (МКТ) является выявление количественных соотношений между *макроскопическими и микроскопическими параметрами физической системы*. Самой простой физической системой в молекулярной физике является газ, находящийся в сосуде в состоянии теплового равновесия.

Моделью этого газа в МКТ является *идеальный газ*. Идеальным называют газ, молекулы которого можно считать материальными точками, которые хаотически движутся и взаимодействуют между собой и со стенками сосуда, в котором находится газ, только при непосредственных столкновениях.

Поскольку в качестве модели молекулы идеального газа рассматривают материальную точку, то она имеет только кинетическую энергию, которая обусловлена поступательным движением.

Уравнение, связывающее между собой макро- и микропараметры состояния, называется *основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеального газа*

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle, \text{ или } p = \frac{2}{3} n \langle E \rangle,$$

где n – *концентрация молекул* (число молекул в единице объема), p – *давление газа*, $\langle v^2 \rangle$ – *средний квадрат скорости движения молекул*, $\langle E \rangle$ – *средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы*.

В МКТ *абсолютная температура*, по определению, является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа. Это означает, что

$$\langle E\rangle = \frac{3}{2}kT,$$

где k — *постоянная Больцмана*, T — *термодинамическая температура.*

Постоянная $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ представляет собой числовой эквивалент, связывающий абсолютную температуру, измеренную в единицах энергии, с температурой, измеренной в *кельвинах*. С учетом этого основное уравнение МКТ идеального газа можно записать в виде:

$$p = nkT.$$

Средняя квадратичная скорость молекул газа:

$$\langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

где $R = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — *универсальная газовая постоянная*, M — молярная масса газа.

Внутренняя энергия одноатомного идеального газа выражается формулой

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT,$$

где m — масса газа.

Макроскопическое состояние газа полностью определено, если известны его *масса* — m, *давление* — p, *температура* — T, *объем* — V. Эти величины называют *макропараметрами состояния*. Уравнение, связывающее макропараметры, называется уравнением состояния. В случае идеального газа оно имеет вид:

$$pV = NkT,$$

где $N = \frac{m}{M}N_A$ — общее количество молекул газа. Поскольку $kN_A = R$, то

$$pV = \frac{m}{M}RT. \qquad (2.1)$$

Это уравнение называют уравнением *Клапейрона-Менделеева.*

Уравнение Клапейрона-Менделеева дает возможность решить большинство задач на расчет макропараметров состояния идеального газа. Однако на практике это не всегда целесообразно из-за дополнительных математических преобразований.

Если при переходе из одного состояния в другое масса и химический состав идеального газа не изменяются, то из уравнения со-ния вытекает, что параметры начального и конечного состоя- газа связаны между собой соотношением:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}. \qquad (2.2)$$

Если при переходе газа из одного состояния в другое остается изменным только его химический состав, макропараметры этих стояний связаны уравнением:

$$\frac{p_1V_1}{m_1T_1} = \frac{p_2V_2}{m_2T_2}. \qquad (2.3)$$

Если при переходе из одного состояния газа в другое изменяются все его параметры, такой переход описывается соответствующим законом одного из *изопроцессов*.

Закон Бойля-Мариотта ($m = \text{const}$, $T = \text{const}$ — *изотермический процесс*).

$$pV = \text{const}.$$

Для любых двух состояний газа при изотермическом процессе

$$p_1V_1 = p_2V_2. \qquad (2.4)$$

Закон Гей-Люссака ($m = \text{const}$, $p = \text{const}$ — *изобарический процесс*).

$$\frac{V}{T} = \text{const}.$$

Для любых двух состояний газа при изобарическом процессе

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (2.5)$$

Закон Шарля ($m = \text{const}$, $V = \text{const}$ — *изохорический процесс*)

$$\frac{p}{T} = \text{const}.$$

Для любых двух состояний газа при изохорическом процессе

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (2.6)$$

Давление смеси химически не взаимодействующих газов (*закон Дальтона*)

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i, \qquad (2.7)$$

где p_i — *парциальные давления газов*, составляющих смесь.

Парциальным давлением газа называют такое давление, котор оказывал бы газ на стенки сосуда при условии, когда другие газы от сутствуют.

Следует обратить внимание на то, что состояние идеального газа описываемое уравнением Клапейрона-Менделеева, определяется не массой, а числом молей газа. Это особенно важно при рассмо нии смеси газов. В этом случае давление смеси (при заданных об и температуре) будет определяться общим количеством молей:

$$pV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n}\right)RT .$$

Указания по выполнению заданий

Задачи, относящиеся к основным положениям молекулярно-ки нетической теории строения вещества, можно условно раздели на следующие основные группы: задачи, в которых определяются и сравниваются размеры молекул и расстояния между ними; задачи, в которых определяются массы молекул, молярные массы вещест, количество вещества; задачи, в которых рассматриваются силы вз имодействия между молекулами.

Вычисление (точнее, оценку) линейных размеров обычно про изводят для молекул жидкостей. При этом, исходя из малой сжима мости жидкостей, делают допущение, что молекулы, имеющие шаро образную форму, плотно упакованы и каждая молекула в жидкости занимает объем в виде куба, ребро которого равно диаметру молеку лы. Пользуясь такой моделью, можно также определить соотношени объемов, занятых самими молекулами, и объемов, приходящихся н промежутки между ними. В эту группу включаются задачи по опре делению расстояния между частицами (постоянной решетки) в про стейшей кубической структуре твердых тел. Здесь также решаются задачи, позволяющие по линейным размерам молекул определять некоторые физические постоянные (постоянная Лошмидта, объем моля газа при нормальных условиях, постоянная Авогадро).

Оценить линейные размеры молекул можно также в эксперимен тальных задачах, основанных на опытах с тонкими мономолекулярны-ми пленками, образующимися при растекании масла по поверхности воды.

При решении задач на нахождение масс молекул используют зна-чение атомной единицы массы и относительную молярную массу ве-щества. Массу молекулы вычисляют по формуле $m_0 = 1{,}66 \cdot 10^{-27} M_r$. Вычислить массу молекулы можно также по формуле $m_0 = \dfrac{M}{N_A}$.

Заслуживают внимания задачи на вычисление числа частиц, когда газ частично диссоциирован. В этом случае необходимо учитывать, что в результате диссоциации образуется смесь из молекулярного и атомарного газов с разными молярными массами и общее число частиц равно сумме частиц обоих компонентов.

Решение задач на расчет микропараметров газа осуществляется на основании основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа, формулы для расчета среднего значения кинетической энергии молекулы и определения абсолютной температуры. При решении таких задач необходимо обратить особое внимание на глубокое понимание природы явлений, обусловленных тепловым движением материи, их физическую сущность. Рассматриваемые задачи, как правило, несложны и их решение обычно не вызывает серьезных затруднений. В процессе решения задач для нахождения необходимых параметров часто используют уравнения газовых законов, а также закон сохранения импульса при упругих столкновениях молекул со стенкой.

Задачи на законы идеальных газов можно условно разделить на две основные группы. К первой группе относятся задачи, в которых заданы параметры газа в начальном состоянии и некоторые параметры в конечном состоянии при постоянной массе. Ко второй группе относятся задачи, где в условиях фигурирует масса газа и приведены некоторые параметры состояния или рассматриваются такие процессы, в которых масса газа изменяется. Необходимо найти неизвестные величины. Для более прочного и осмысленного усвоения соответствующих формул и физических законов многие задачи этой темы целесообразно решать с помощью графических изображений рассматриваемых процессов в различных координатных осях.

Если при постоянной массе в результате перехода из начального состояния в конечное один из параметров газа не меняется, то при решении задач можно пользоваться одним из уравнений (2.4)–(2.6). Если меняются все три параметра, следует применять уравнения (2.2) или (2.3). При этом необходимо также использовать дополнительные условия в виде вспомогательных формул и выразить, где это необходимо, давление и объем через другие заданные величины.

При решении задач второй группы чаще всего бывает необходимо определить один из параметров состояния газа. В этом случае пользуются уравнением Клапейрона-Менделеева (2.1) с учетом дополнительных условий. Обычно в задачах заданы параметры начального и конечного состояний газа. Тогда для решения задачи надо соответственно записать уравнение (2.1) или в случае смеси газов уравнение (2.7) дважды: для начального и конечного состояний. Если в задаче рассматривается процесс смешения газов, находящихся в разных сосудах, следует четко отличать парциальные давления от давлений, оказываемых газами на стенки сосудов, которые они занимали первоначально.

Применение графического метода при решении задач позволяет значительно упростить многие решения, показать зависимость между численными значениями параметров газового состояния и наглядно изобразить физический процесс изменения состояния газа. Изображая на графиках семейство кривых одних и тех же процессов, весьма удобно анализировать условия перехода газа из одного равновесного состояния в другое. При этом необходимо подчеркивать, что графически можно изображать только квазистатические процессы, т. е. процессы, протекающие настолько медленно, что состояние в каждый данный момент времени лишь незначительно отличается от равновесного.

Примеры решения типовых задач

Пример 1. Рентгеноструктурный анализ дает возможность измерить расстояние между частицами в кристаллической структуре с высокой степенью точности. Определите постоянную Авогадро N_A, если известны расстояние l между центрами атомов, расположенных в узлах куба, плотность ρ вещества и молярная масса M.

Решение. Простая кубическая ячейка кристалла состоит из восьми атомов, расположенных в ее вершинах. Каждый атом входит в состав восьми ячеек. Поэтому в кристалле число простых кубических ячеек равно числу атомов. Число атомов в единице объема $n = \frac{\rho}{M} N_A$, а объем, приходящийся на одну кристаллическую ячейку, $V_0 = \frac{M}{\rho N_A}$. Длина l ребра кубической ячейки представляет собой расстояние между атомами. Следовательно, $l^3 = \frac{M}{\rho N_A}$, откуда $N_A = \frac{M}{\rho l^3}$.

Пример 2. Определите постоянную Лошмидта (число молекул в 1,0 м^3 газа, находящегося при нормальных условиях), если известно, что 1 моль его при этом занимает объем V_0=22,4 дм^3. Оцените, во сколько раз диаметр молекул воздуха меньше среднего расстояния между ними при нормальных условиях. Диаметр молекулы воздуха принять равным d=0,30 нм.

Решение. В одном моле газа при нормальных условиях содержится N_A молекул, следовательно, в 1 м^3 газа при этих условиях содержится $N_L = \frac{N_A}{V_0} = 2{,}69\cdot 10^{25}$ м$^{-3}$ молекул (постоянная Лошмидта).

бъем $V_0 = l^3$, занимаемый одной молекулой воздуха, равен:

$$l^3 = \frac{1}{N_L},$$

l — расстояние между молекулами. Отсюда $l = \sqrt[3]{\frac{1}{N_L}} = 3{,}3$ нм.
ходим отношение: $\frac{l}{d} = 11$.

Пример 3. Используя значение атомной единицы массы, вычислите в килограммах массу атома ксенона.

Решение. Атомная единица массы равна $\frac{1}{12}$ массы атома углерода:

$$m_{\text{ед}} = \frac{M_C}{12N_A},$$

где $M_C = 12\cdot10^{-3}$ кг/моль — молярная масса углерода; N_A — постоянная Авогадро. Тогда

$$m_{\text{ед}} = \frac{12\cdot10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{12\cdot6{,}023\cdot10^{23}\,\text{моль}^{-1}} = 1{,}66\cdot10^{-27}\ \text{кг}.$$

Для нахождения массы атома элемента необходимо это значение умножить на его относительную атомную массу A_r:

$$m_{Xe} = 1{,}66\cdot10^{-27}\colon 3\cdot131{,}3 \approx 2{,}2\cdot10^{-25}\ \text{кг}.$$

Пример 4. Сколько частиц находится в 2,0 г азота, если степень его диссоциации $\alpha = 0{,}050$?

Решение. Степенью диссоциации α называется отношение числа продиссоциировавших молекул к их первоначальному числу. При степени диссоциации α в данной массе газа будет содержаться $2\alpha\frac{m}{M}$ молей атомарного азота N и $(1-\alpha)\frac{m}{M}$ молей молекулярного азота N_2.

Общее число молей в сосуде

$$2\alpha\frac{m}{M} + (1-\alpha)\frac{m}{M} = (1+\alpha)\frac{m}{M},$$

а искомое число частиц

$$N = N_A(1+\alpha)\frac{m}{M} = 4{,}5\cdot10^{22}.$$

Пример 5. Сферический сосуд радиусом r, содержащий газ при давлении p_1 и температуре T, находится в вакууме. Через образовавшееся в сосуде отверстие часть газа вытекает. Каким станет давление в сосуде, если из него выйдет N молекул газа?

Решение. Для решения задачи применим формулу, устанавливающую зависимость давления от концентрации молекул и температуры.

Давление в сосуде после того, как из него выйдет N молекул,

$$p_2 = \frac{N_1 - N}{V} kT ,$$

где N_1 — число молекул в сосуде при давлении p_1; V — объем сосуда.

Для начального состояния газа $p_1 = \frac{N_1}{V} kT$, откуда

$$N_1 = \frac{p_1 V}{kT} .$$

Подставив значение N_1 в исходное уравнение и произведя простые преобразования, получим:

$$p_2 = p_1 - \frac{NkT}{V} .$$

Выражая объем сосуда через его радиус, для p_2 окончательно имеем

$$p_2 = p_1 - \frac{3}{4} \frac{NkT}{\pi r^3} .$$

Пример 6. При температуре замерзания воды и нормальном атмосферном давлении плотность азота 1,254 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Масса молекулы азота равна 4,680 · 10^{-26} кг. Какой температуре по шкале Кельвина соответствует температура замерзания воды?

Решение. При заданных в условии температуре и давлении азот можно считать идеальным газом. В соответствии с уравнением состояния давление идеального газа

$$p = \frac{N}{V} kT ,$$

где N — количество молекул азота в сосуде, V — объем сосуда.

Плотность азота

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Nm_0}{V} ,$$

где $m_0 = 4{,}68 \cdot 10^{-26}$ кг — масса одной молекулы азота.

Если найти из формулы плотности отношение $\frac{N}{V} = \frac{\rho}{m_0}$ и подставив его в формулу для давления, получим:

$$p = \frac{\rho k T}{m_0}.$$

Откуда температура замерзания воды при нормальном атмосферном давлении по шкале Кельвина равна $T_0 = \frac{p_0 m_0}{k\rho}$.

Если в последнюю формулу подставить числовые значения физических величин, получим:

$$T = 273{,}15\ \text{К}.$$

Пример 7. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при температуре $T = 296$ К равна 480 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Сколько молекул содержится в 10,0 г этого газа?

Решение. Число молекул, содержащихся в массе газа m, определим по формуле

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Для нахождения молярной массы газа воспользуемся формулой средней квадратичной скорости молекул $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, откуда $M = \frac{3RT}{\langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}$. Подставив значение молярной массы в исходную формулу, получим

$$N = \frac{m \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{3RT} N_A = \frac{m \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{3kT}.$$

Численно: $N = 1{,}88 \cdot 10^{23}$.

Пример 8. Смесь кислорода и азота при температуре $T = 290$ К и давлении $p = 5{,}8$ кПа имеет плотность $\rho = 0{,}40$ $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определите концентрацию молекул кислорода в смеси.

Решение. Давление смеси газов, согласно закону Дальтона, равно сумме парциальных давлений

$$p = p_1 + p_2,$$

которые найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$p_1 = \frac{\rho_1}{M_1} RT; \; p_2 = \frac{\rho_2}{M_2} RT, \tag{2.8}$$

где ρ_1 и ρ_2 — парциальные плотности кислорода и азота, т. е. плотности, которые имели бы газы, если бы каждый из них в отдельности занимал весь этот объем. Очевидно, что

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 . \tag{2.9}$$

Так как из основного уравнения молекулярно-кинетической теории следует, что $p = nkT$, уравнения (2.8) можно записать в виде

$$n_1 = \frac{\rho_1}{M_1} N_A ; \; n_2 = \frac{\rho_2}{M_2} N_A ,$$

где n_1 и n_2 — концентрации молекул кислорода и азота.

Выразив из последних двух уравнений ρ_1 и ρ_2:

$$\rho_1 = \frac{n_1 M_1}{N_A} ; \; \rho_2 = \frac{n_2 M_2}{N_A} ,$$

и подставив их в равенство (2.9), получим:

$$\rho = \frac{n_1 M_1}{N_A} + \frac{n_2 M_2}{N_A} . \tag{2.10}$$

Концентрация молекул смеси газов равна сумме концентраций компонентов:

$$n = n_1 + n_2 \text{ или } \frac{p}{kT} = n_1 + n_2 . \tag{2.11}$$

Решая совместно уравнения (2.10) и (2.11), находим концентрацию молекул кислорода:

$$n_1 = \frac{\rho N_A - \frac{p M_2}{kT}}{M_1 - M_2} .$$

Численно: $n_1 = 5{,}9 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

Пример 9. В чашечный ртутный барометр попал пузырек воздуха, вследствие чего барометр показывает давление меньше истинного. При сверке его с точным барометром оказалось, что при давлении 1020 гПа и температуре $T_1 = 295{,}0$ К барометр показывает 995,0 гПа, причем расстояние от уровня ртути до верхнего основания трубки $l = 8$ см. Каково истинное давление, если при температуре $T_2 = 290{,}0$ К барометр показывает 976,0 гПа? Тепловым расширением ртути и шкалы пренебречь.

Решение. Показания барометра оказываются меньше истинного значения давления вследствие того, что в пространстве над ртутью молекулами воздуха, попавшими в трубку, создается добавочное давление. Чтобы исключить ошибку, необходимо в показания барометра ввести поправку, учитывающую величину этого добавочного давления:

$$p_{\text{ист}} = p + p',$$

где p – давление, отсчитываемое по шкале барометра; p' – давление воздуха над ртутью. Очевидно, что величина поправки барометра непостоянна. Она зависит от температуры и объема незаполненной части трубки. Отметим, что в случае исправного барометра пространство над ртутью заполнено ее насыщенными парами, давление которых мало (при $T = 290$ К, $p \sim 0{,}1$ Па).

Для решения задачи к обоим состояниям воздуха над ртутью применим уравнение состояния идеального газа

$$\frac{p_1' V_1}{T_1} = \frac{p_2' V_2}{T_2}. \qquad (2.12)$$

Выразив параметры обоих состояний через данные условия задачи и подставив их в уравнение (2.12), получим

$$\frac{\left(p_{1\text{ист}} - p_1\right) l}{T_1} = \frac{\left(p_{2\text{ист}} - p_2\right)\left(l - \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}{T_2},$$

где $p_{1\text{ист}}$ и $p_{2\text{ист}}$ — истинные давления в первом и втором случаях; p_1 и p_2 — соответствующие показания барометра. Из этого уравнения находим:

$$p_{2\text{ист}} = p_2 + \frac{\left(p_{1\text{ист}} - p_1\right) T_2}{\left(1 - \frac{p_1 - p_2}{\rho g l}\right) T_1}.$$

Численно: $p_{2\text{ист}} = 1005$ гПа.

Пример 10. Компрессор захватывает при каждом качании $V_0 = 5{,}0$ дм^3 воздуха при нормальном атмосферном давлении p_0 и температуре $T_0 = 280$ К и нагнетает его в резервуар объемом $V = 2{,}0$ м^3. Температура воздуха в резервуаре поддерживается равной $T_1 = 300$ К. Сколько качаний должен сделать компрессор, чтобы давление в резервуаре увеличилось на $\Delta p = 0{,}30$ МПа?

Решение. Пусть первоначально в резервуаре было некоторое давление p_1, а масса воздуха m_1. Уравнение состояния газа в этом случае имеет вид

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} R T_1.$$

После работы компрессора масса воздуха в резервуаре ст... ной m_2, а давление p_2. Уравнение состояния в этом случае

$$p_2V = \frac{m_2}{M}RT_1.$$

Вычитая из второго уравнения первое, получаем

$$\Delta pV = \frac{\Delta m}{M}RT_1.$$

Откуда

$$\Delta m = \frac{MV\Delta p}{RT_1},$$

где $\Delta p = p_2 - p_1; \Delta m = m_2 - m_1$ — масса воздуха, перенесенного в ре-зервуар компрессором за n качаний.

Число качаний можно определить по формуле $n = \frac{\Delta m}{m_0}$, где m_0 — масса газа, переносимая за одно качание. Эту массу найдем из уравнения состояния для порции воздуха, захватываемой при од-ном качании:

$$p_0V_0 = \frac{m_0}{M}RT_0, \; m_0 = \frac{p_0V_0M}{RT_0}.$$

Таким образом,

$$n = \frac{V\Delta pT_0}{V_0p_0T_1}.$$

Численно: $n = 1{,}1 \cdot 10^3$.

Пример 11. Определите молярную массу M смеси газов, образо-вавшуюся в результате смешения газа массой m_1 и молярной мас-сой M_1 и газа массой m_2 и молярной массой M_2.

Решение. Давление смеси газов по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений:

$$p = p_1 + p_2.$$

Для нахождения парциальных давлений компонентов и давле-ния смеси воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева. Учитывая, что после смешения газы находятся при одинаковой тем-пературе и занимают одинаковый объем, имеем:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_1}\frac{RT}{V}; \; p_2 = \frac{m_2}{M_2}\frac{RT}{V}; \; p = \frac{m}{M}\frac{RT}{V},$$

где $m = m_1 + m_2$ — масса смеси. Подставляя значения p_1, p_2 и p в ис-ходное уравнение, получаем

$$\frac{m_1+m_2}{M}=\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2},$$

...ио

$$M=\frac{m_1+m_2}{\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}}.$$

...ример 12. Тонкостенный резиновый шар массой 60,0 г запол-...ргоном и опущен в воду на глубину 110 м. Определите массу ...на, если на этой глубине шар находится в состоянии равнове-... Атмосферное давление 100 кПа, температура воды 277 К.

...шение. Масса аргона в шаре m_1 может быть определена из урав-...ния Клапейрона-Менделеева: $pV=\frac{m_1}{M}RT$, где $M=40\cdot10^{-3}\,\frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ — ...ярная масса аргона. Температура аргона в шаре равна температу-...оды ($T=277$ К), а его давление $p=p_0+\rho gh$, где ρ — плотность ...ы, h — глубина, на которой находится шар, p_0 — атмосферное ...вление.

...а шар с аргоном, находящийся в воде, действуют сила тяжести $(m_1+m_2)\vec{g}$, где m_2 — масса оболочки, и выталкивающая сила $\vec{F}$.

Шар находится в состоянии равновесия, поэтому

$$\vec{F}+(m_1+m_2)\vec{g}=\vec{0}.$$

Кроме того $F=\rho gV_1$, где V_1 — внешний объем шара. С учетом ...ого $(m_1+m_2)g=\rho gV_1$, откуда $V_1=\frac{m_1+m_2}{\rho}$.

Поскольку шар тонкостенный, то его внешний объем равен объ-...ему аргона, это значит $V_1=V$.

Если подставить полученные значения давления и объема в ис-...ходное уравнение, получим:

$$\frac{(p_0+\rho gh)(m_1+m_2)}{\rho}=\frac{m_1}{M}RT.$$

Откуда

$$m_1=\frac{m_2}{\frac{\rho RT}{M(p_0+\rho gh)}-1}.$$

Численно: $m_1=1{,}22$ г.

Пример 13. На рис. 2.1 изображен замкнутый процесс 1–2–3–4, точки 1–3 которого соответствуют изотермам с температурами T_1 и T_2. В состоянии 1 известен также объем газа V_1. Чему должен быть равен объем V_2, чтобы точки 2 и 4 расположились на одной и той же изотерме, температуру T которой также следует найти?

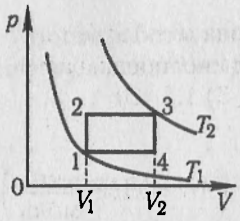

Рис. 2.1

Решение. На основании закона Гей
сака для состояний газа 1 и 4 имеем $\frac{V_1}{V_2}$
для состояний 2 и 3 — $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T}{T_2}$, откуда $\frac{T_1}{T}$ =
Следовательно, изотерма, на которой расп
жены точки 2 и 4, имеет температуру $T = \sqrt{\ }$
Объем газа $V_2 = V_1\frac{T}{T_1} = V_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$.

Контрольные тематические тесты

А21.1(2) Произведите оценку массы молекулы кислорода
1) ~$5{,}0\cdot10^{-26}$ г; 2) ~$5{,}0\cdot10^{-25}$ г; 3) ~$5{,}0\cdot10^{-24}$ г;
4) ~$5{,}0\cdot10^{-23}$ г; 5) ~$5{,}0\cdot10^{-22}$ г.

А21.2(2) В первом сосуде находится m_1 = 2,0 г гелия $\left(M_1 = 0{,}004\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$, во втором – m_2 = 3,0 г аргона $\left(M_2 = 0{,}040\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$, в третьем – m_3 = 30 г углекислого газа $\left(M_3 = 0{,}044\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$. В каком из сосудов находится наибольшее количество молекул, а в каком наименьшее?
1) В первом наибольшее, во втором наименьшее;
2) в первом наибольшее, в третьем наименьшее;
3) в третьем наибольшее, во втором наименьшее;
4) во втором наибольшее, в первом наименьшее;
5) во втором наибольшее, в третьем наименьшее.

А21.3(2) Количество N атомов кислорода, содержащееся в массе m = 1,0 г углекислого газа, равно
1) $2{,}4\cdot10^{18}$; 2) $3{,}7\cdot10^{18}$; 3) $2{,}7\cdot10^{19}$; 4) $4{,}7\cdot10^{19}$; 5) $2{,}7\cdot10^{22}$.

А21.4(2) Если кислород (O_2) и метан (CH_4) имеют одинаковые температуры и находятся под одинаковым давлением, то отношение плотности кислорода к плотности метана равно
1) 3,0; 2) 2,0; 3) 1,5; 4) 1,2; 5) 0,90.

А21.5(2) Если масса микроскопической пылинки углерода равна m = 0,50 нг, то она состоит из N атомов
1) $N = 3{,}0\cdot10^{14}$; 2) $N = 2{,}0\cdot10^{14}$; 3) $N = 3{,}0\cdot10^{13}$;
4) $N = 2{,}5\cdot10^{13}$; 5) $N = 2{,}0\cdot10^{13}$.

А21.6(3) Если степень диссоциации кислорода α = 15 %, то количество частиц, содержащихся в массе m = 5,0 г кислорода, равно

1) $2{,}0 \cdot 10^{22}$; 2) $1{,}0 \cdot 10^{23}$; 3) $1{,}5 \cdot 10^{23}$;
4) $1{,}7 \cdot 10^{24}$; 5) $2{,}0 \cdot 10^{24}$.

А21.7(3) Отношение объема атома серебра $\left(M_1 = 0{,}108\ \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$ к объему атома железа $\left(M_2 = 0{,}0560\ \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$ равно

1) 1,50; 2) 1,40; 3) 1,30; 4) 1,25; 5) 1,20.

А21.8(3) Если радоновые ванны, применяемые для лечения, содержат $N = 1{,}7 \cdot 10^6$ атомов радона $\left(M = 0{,}222\ \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$ в воде объемом V = 1,0 дм^3, то на один атом радона в лечебной ванне приходится количество N_1 молекул воды, равное

1) $3{,}0 \cdot 10^{17}$; 2) $1{,}0 \cdot 10^{18}$; 3) $2{,}5 \cdot 10^{18}$;
4) $1{,}5 \cdot 10^{19}$; 5) $2{,}0 \cdot 10^{19}$.

А21.9(2) Смесь газов состоит из равных по массе частей азота (N_2), кислорода (O_2) и углекислого газа (CO_2) и находится в тепловом равновесии. Какие молекулы из смеси имеют наибольшую среднюю кинетическую энергию поступательного движения E, а какие – наименьшую?

1) E (CO_2) – max, E (N_2) – min; 2) E (N_2) – max, E (O_2) – min;
3) E (N_2) – max, E (CO_2) – min; 4) E (O_2) – max, E (N_2) – min;
5) кинетическая энергия всех молекул одинакова.

А21.10(2) Смесь газов состоит из равных по массе частей азота (N_2), кислорода (O_2) и углекислого газа (CO_2) и находится в тепловом равновесии. Какие молекулы из смеси имеют наибольшую среднюю квадратичную скорость v, а какие – наименьшую?

1) v (O_2) – max, v (N_2) – min; 2) v (N_2) – max, v (CO_2) – min;
3) v (O_2) – max, v (CO_2) – min; 4) v (CO_2) – max, v (N_2) – min;
5) v (N_2) – max, v (O_2) – min.

А21.11(3) Длина l ребра куба, содержащего N молекул идеального газа при давлении p и температуре T, определяется формулой (k – постоянная Больцмана)

1) $l = \sqrt[3]{\dfrac{NkT}{p}}$; 2) $l = \sqrt[3]{\dfrac{kT}{pN}}$; 3) $l = \sqrt[3]{\dfrac{kT}{2pN}}$;

4) $l = \sqrt[3]{\dfrac{NkT}{2p}}$; 5) $l = \sqrt[3]{\dfrac{2kT}{pN}}$.

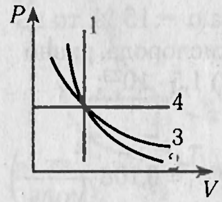

Рис. 2.2

A21.12(2) На рисунке представлены изотерма, адиабата, изохора и изобара идеального газа (рис. 2.2). При этом изотерма изображена линией

1) 1;
2) 2;
3) 3;
4) 4;
5) на рисунке не представлена.

A21.13(2) Если плотность воздуха $\left(M = 29 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$ в камере сгорания дизельного двигателя при температуре $t = 503$ °C равна $\rho = 1{,}8\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, то давление воздуха p равно

1) 600 кПа; 2) 400 кПа; 3) 40,0 кПа; 4) 35,0 кПа; 5) 400 Па.

A21.14(3) Если в результате изохорического процесса давление p газа, находящегося при температуре $t = 60{,}0$ °C, возросло на 30 %, то повышение температуры газа ΔT равно

1) 55,0 К; 2) 60,0 К; 3) 72,0 К; 4) 100 К; 5) 120 К.

A21.15(2) Если $\nu = 1{,}50$ моль газа находится в сосуде вместимостью $V = 20{,}0$ л при температуре $t = 32{,}0$ °C, то его давление p равно

1) 75,0 кПа; 2) 90,0 кПа; 3) 125 кПа; 4) 180 кПа; 5) 190 кПа.

A21.16(2) В стеклянную трубку, запаянную с одной стороны, введена капля ртути, отсекающая от ее запаянного конца столбик воздуха. В горизонтальном положении при температуре $T_1 = 292$ К длина столбика воздуха равна $l_1 = 12{,}0$ см. Если длина столбика воздуха стала $l_2 = 14{,}0$ см, то воздух в трубке нагрели до температуры T_2, равной

1) 315 К; 2) 327 К; 3) 336 К; 4) 341 К; 5) 352 К.

A21.17(2) Воздух, находящийся при температуре $t_1 = 27{,}0$ °C, нагревают при постоянном давлении. Если объем воздуха при этом увеличился в три раза, то он был нагрет до температуры T_2, равной

1) 81,0 °C; 2) 162 °C; 3) 600 К; 4) 800 К; 5) 900 К.

A21.18(2) В помещении объемом $V = 30{,}0$ м^3 температура воздуха повысилась с $t_1 = 15{,}0$ °C до $t_2 = 25{,}0$ °C. Если атмосферное давление $p = 100$ кПа, то уменьшение массы воздуха Δm в помещении составляет

1) 1,15 кг; 2) 1,25 кг; 3) 1,50 кг; 4) 1,65 кг; 5) 1,70 кг.

А21.19(3) В резиновой камере находится воздух при температуре T_1 = 300 К и нормальном атмосферном давлении. Для того, чтобы объем уменьшился в два раза, камеру нужно опустить в воду, которая имеет температуру T_2 = 277 К, на глубину h, равную

1) 15 м; 2) 12 м; 3) 10 м; 4) 8,5 м; 5) 6,0 м.

А21.20(3) В сосуде объемом V = 0,20 дм^3 находится газ при температуре T = 290 К. В результате утечки из сосуда вышло $N = 10^{20}$ молекул газа. Если температура газа постоянна, то уменьшение давления газа Δp в сосуде равно

1) 9,0 кПа; 2) 7,0 кПа; 3) 5,0 кПа; 4) 2,0 кПа; 5) 1,0 кПа.

А21.21(2) Если плотность некоторого газа при температуре t = 11 °C и давлении $p = 4{,}0 \cdot 10^5$ Па составляет $\rho = 0{,}68\ \frac{кг}{м^3}$, то молярная масса этого газа равна

1) $32 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$; 2) $18 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$; 3) $14 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$;
4) $12 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$; 5) $4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$.

А21.22(2) Современная техника позволяет достигать значений остаточного давления p = 1,00 пПа. При таком вакууме в объеме V = 1,00 см^3 при температуре t = 300 К остается число молекул N, равное

1) 125; 2) 150; 3) 240; 4) 250; 5) 300.

А21.23(2) Для того, чтобы при температуре T = 337 К давление газа, количество вещества которого ν = 40 моль, не превышало p = 8,0 МПа, вместимость баллона должна быть не менее

1) 25 дм^3; 2) 20 дм^3; 3) 15 дм^3; 4) 14 дм^3; 5) 10 дм^3.

А21.24(2) Плотность ρ кислорода при температуре t = 11 °C и давлении p = 720 мм рт. ст. равна

1) $1{,}5\ \frac{кг}{м^3}$; 2) $1{,}4\ \frac{кг}{м^3}$; 3) $1{,}3\ \frac{кг}{м^3}$; 4) $1{,}2\ \frac{кг}{м^3}$; 5) $1{,}1\ \frac{кг}{м^3}$.

А21.25(4) Если степень диссоциации двухатомного газа с молярной массой M равна α, то количество частиц, содержащихся в массе m этого газа, определяется формулой

1) $N = \frac{(\alpha-1)m}{2M}N_A$; 2) $N = \frac{(1-\alpha)B}{M}N_A$;
3) $N = \frac{(1+\alpha)B}{M}N_A$; 4) $N = \frac{2m\alpha N_A}{M}$;
5) $N = \frac{(1+\alpha)m}{2M}N_A$.