B14.1(4) Если на наклонной плоскости с предельным углом наклона α покоится однородный брусок, высота которого h, то расстояние x между точкой приложения силы реакции опоры и направлением силы тяжести при этом равно ...

B14.2(3) Два куба с длинами ребер 10 см спаяны гранями и образуют призму (рис. 1.41). Вес одного куба $P_1 = 10$ Н, вес другого $P_2 = 30$ Н. Если призма стоит на шероховатой горизонтальной плоскости, то для того чтобы опрокинуть призму через ребро, к верхнему основанию призмы нужно приложить горизонтальную силу F, модуль которой равен ... Н.

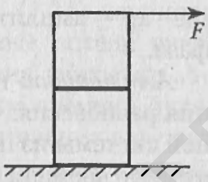

Рис. 1.41

B14.3(5) Тело, имеющее массу $m = 2{,}0$ кг и объем $V = 1{,}0$ дм^3, находится в озере на глубине $h = 5{,}0$ м. Если тело поднимают на высоту $H = 5{,}0$ м над поверхностью озера, то уменьшение потенциальной энергии воды при этом равно ... Дж.

B14.4(4) Если вертикально ориентированный цилиндр высотой H и радиусом R погружается в жидкость с плотностью ρ, то работа A, совершаемая при погружении выталкивающей силой, выражается формулой

B14.5(4) Однородный куб плавает в воде, причем $\frac{3}{4}$ части его объема погружено в воду. Если с помощью тонкой нити прикрепить центр верхней грани куба к плечу рычага длиной $l_1 = 8{,}0$ см и уравновесить его гирей массой $m = 30$ г, прикрепленной к другому плечу рычага длиной $l_2 = 4{,}0$ см, то куб будет погружен в воду лишь на $\frac{2}{3}$ части своего объема. Длина ребра куба l в этом случае равна ... см.

§ 1.5. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Краткий теоретический материал

Колебания, при которых физические величины, описывающие их (например, отклонение от положения равновесия, скорость, ускорение и т. д.), *изменяются во времени по закону синуса или косинуса, называются гармоническими. Колебательную систему, совершающую такие колебания, называют гармоническим осциллятором.*

В случае одномерного гармонического осциллятора, который ко леблется вдоль оси OX, зависимость его координаты x от времени имеет вид:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.23)$$

где x_0 — амплитуда, $\omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний, φ_0 — начальная фаза.

Амплитудой называется максимальное отклонение от положения равновесия. *Фаза колебаний* определяет смещение колебательной системы из положения равновесия и его направление в данный момент времени. Фаза колебаний растет пропорционально времени. Начальная фаза определяет состояние колебательной системы в момент времени $t_0 = 0$. Значение начальной фазы определяется выбором начала отсчета времени.

Величина $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ *называется циклической или круговой частотой колебаний,* $T = \dfrac{1}{\nu}$ *— период колебаний,* ν *— частота.*

Проекция мгновенной скорости гармонического осциллятора на ось OX

$$v_x(t) = x'(t) = x_0\omega\cos(\omega t + \varphi_0),$$

а проекция его мгновенного ускорения на эту ось

$$a_x = v'(t) = -x_0\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x.$$

Сила, под действием которой гармонический осциллятор массой m совершает колебания, независимо от его природы, всегда пропорциональна смещению осциллятора из положения равновесия и направлена к этому положению (*квазиупругая сила*). Проекция этой силы на ось OX: $F_x = -kx$. По второму закону Ньютона $F_x = ma_x = -\omega^2 mx$, где $k = \omega^2 m$ — *коэффициент квазиупругой силы* (в случае пружинного маятника k — *жесткость пружины*).

Кинетическая энергия гармонического осциллятора массой m

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0),$$

а его *потенциальная энергия*

$$E_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0).$$

Если в колебательной системе отсутствуют силы сопротивления (случай свободных колебаний), то полная энергия системы в соответствии с законом сохранения механической энергии не зависит от времени:

$$E = E_к + E_п = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 = \frac{1}{2}kx_0^2. \qquad (1.24)$$

Постоянство полной механической энергии (1.24) является следствием того, что не учитываются неизбежные потери энергии, обусловленные трением. Если же силы трения учитывать, то полная механическая энергия системы с течением времени будет уменьшаться. Колебания в этом случае будут постепенно затухать и полностью прекратятся, когда вся механическая энергия системы перейдет в другие виды.

Самыми простыми гармоническими осцилляторами являются пружинный и математический маятники.

Пружинным маятником называют колебательную систему, представляющую собой тело, рассматриваемое в виде материальной точки массой m, закрепленное на одном конце спиральной пружины, другой конец которой неподвижен (пружина может находиться как в вертикальном, так и в горизонтальном положении). Причем в простейшем случае закрепленный конец пружины находится в покое относительно инерциальной системы отсчета, в которой происходят колебания маятника.

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m — масса тела, k — жесткость пружины.

Математическим маятником называют идеализированную колебательную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешено тело, масса которого сосредоточена в одной точке. Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной нити.

Если математический маятник совершает малые колебания под действием только силы тяжести и силы упругости, причем точка его подвеса покоится относительно рассматриваемой инерциальной системы отсчета, то период колебаний маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника, g – ускорение силы тяжести.

Процесс распространения колебаний в упругой среде называется волновым процессом или просто волной. При описании волнового процесса среду считают сплошной и непрерывной, а ее частицами являются физически бесконечно малые элементы объема (достаточно малые по сравнению с длиной волны), в которых находится большое количество молекул.

Длиной волны называется расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний источника, который ее излучает: $\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$, где ν — частота колебаний источника (частота волны). *Разность фаз* колебаний точек среды, расстояние между которыми равно длине волны, составляет 2π. Если точки среды находятся на расстоянии l друг от друга, то разность фаз их колебаний $\Delta\varphi = \frac{2\pi l}{\lambda}$.

Скорость распространения упругих волн в среде зависит только от ее физических свойств (упругости, плотности, температуры).

Указания по выполнению заданий

Задачи по теме «Механические колебания и волны», в зависимости от вида колебательной системы и способа ее описания, условно можно разделить на три основные группы.

1. Задачи, решение которых основано на применении общих уравнений гармонических колебаний в сочетании с кинематико-динамическим или энергетическим способами описания колебательной системы.

2. Задачи, в которых требуется определить физические величины, характеризующие гармонические колебания простейших колебательных систем: математического, физического и пружинного маятников.

3. Задачи на расчет физических характеристик упругих волн.

При решении задач первой группы необходимо иметь в виду, что колебания, которые происходят при отсутствии внешних воздействий после какого-нибудь начального отклонения от положения равновесия, называются свободными или собственными. Если в системе отсутствует переход механической энергии в другие ее виды (консервативная система), то свободные колебания называются незатухающими. В любой колебательной системе часть энергии колебательного движения всегда теряется на преодоление сил сопротивления и колебания постепенно затухают.

Составление уравнений движения при кинематико-динамическом способе описания колебаний гармонического осциллятора предполагает: запись уравнения гармонических колебаний в общем виде; определение неизвестных параметров осциллятора (x_0, ω, T, φ_0);

определение мгновенных значений скорости и ускорения осциллятора.

При решении задач второй группы необходимо вначале определить, чему равно ускорение точки подвеса математического или физического маятников и являются ли колебания малыми. После этого записать соответствующие формулы для расчета периода (частоты колебаний).

При решении задач этой группы следует отчетливо представлять, что период (частота) собственных колебаний определяется только параметрами колебательной системы, а амплитуда и начальная фаза колебаний зависят от того, каким образом систему вывели из состояния равновесия, т. е. от начальных условий. Для определения амплитуды и начальной фазы колебаний можно задать, например, смещение из состояния равновесия, скорость в начальный момент времени и др.

При решении задач третьей группы особое внимание следует обращать на механизм возникновения упругих волн и на процессы переноса энергии. Если тело, которое колеблется, находится в упругой среде, то частицы среды, соприкасающиеся с ним, также совершают колебательные движения. Благодаря взаимодействию соседних элементов среды упругие деформации передаются от одних ее участков к другим. Таким образом, при распространении колебаний в упругой среде имеет место перенос энергии упругой деформации без переноса массы. Это означает, что энергия колебательного движения распространяется путем деформации упругой среды с некоторой скоростью.

Примеры решения типовых задач

Пример 1. Составьте уравнение гармонических колебаний тела, если его максимальное ускорение равно по модулю 1,6 $\frac{\text{м}}{\text{c}^2}$, период колебаний 1 с, а смещение из состояния равновесия в начальный момент времени составляет 2 см.

Решение. Будем считать, что тело совершает гармонические колебания в инерциальной системе отсчета после того, как его вывели из состояния устойчивого равновесия, в котором тело покоилось. В качестве идеальной физической модели колеблющегося тела выберем одномерный гармонический осциллятор. Начало координат выберем в состоянии равновесия. Ось OX направим вдоль направления движения тела. Тогда уравнение колебаний может быть записано в виде: $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$, где x — координата осциллятора в момент времени t, ω — циклическая частота, φ_0 — начальная фаза колебаний. Поскольку период колебаний известен, то $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Для определения φ_0 используем начальные условия. По условию задачи, при $t = 0$, $x = x_1 = 2$ см, т. е. $x_1 = x_0 \sin\varphi_0$, отсюда $\sin\varphi_0 = \frac{x_1}{x_0}$.

Проекция мгновенного ускорения осциллятора на ось OX $a_x = -x_0\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$, поэтому модуль его максимального значения $|a_0| = x_0\omega^2 = \frac{4\pi^2 x_0}{T^2}$. Откуда амплитуда колебаний $x_0 = \frac{|a_0|T^2}{4\pi^2}$.

Таким образом, начальная фаза колебаний

$$\varphi_0 = \arcsin\frac{x_1}{x_0} = \arcsin\frac{4\pi^2 x_1}{|a_0|T^2}.$$

Уравнение колебаний имеет вид:

$$x = \frac{a_0 T^2}{4\pi^2}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \arcsin\frac{4\pi^2 x_1}{|a_0|T^2}\right).$$

После подстановки числовых значений физических величин получим:

$$x = 4\cdot 10^{-2}\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ м}.$$

Пример 2. Шарик массой 10 г совершает колебательное движение с амплитудой 3,0 см и частотой 10 Гц. Определите механическую энергию колебательной системы, а также мгновенные значения координаты, скорости и ускорения шарика, если в начальный момент времени он находился в состоянии равновесия.

Решение. Примем шарик за материальную точку и допустим, что его колебания являются гармоническими, т. е. в качестве идеальной модели колебательной системы выберем одномерный гармонический осциллятор. Ось OX направим вдоль направления колебаний шарика. Тогда уравнение колебаний осциллятора может быть записано в виде:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Поскольку частота колебаний известна, то $\omega = 2\pi\nu$. Для определния φ_0 используем начальные условия. По условию задачи в начальный момент времени осциллятор находился в состоянии равновесия. Поэтому при $t = 0$, $x = 0$, т. е. $x_0 \sin\varphi_0 = 0$. Откуда $\varphi_0 = 0$. С учетом этого уравнение колебаний шарика запишется в виде: $x = x_0 \sin 2\pi\nu t$, Мгновенная скорость осциллятора $v = x'(t)$, т. е.

$$v = 2\pi\nu x_0 \cos 2\pi\nu t.$$

Мгновенное ускорение $a = v'(t)$, т. е. $a = -4\pi^2\nu^2 x_0 \sin 2\pi\nu t$.

Механическая энергия колебательной системы

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Если подставить в последнюю формулу значения x и v, получим:

$$E = \frac{m\omega^2 x_0^2}{2} = \frac{4\pi^2\nu^2 m x_0^2}{2}.$$

Расчеты в СИ дают:

$$E = 18\ \text{мДж},\quad x = 0{,}03\sin 20\pi t\ \text{м},$$
$$v = 1{,}88\cos 20\pi t\ \frac{\text{м}}{\text{с}},\quad a = -115\sin 20\pi t\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Пример 3. Уравнение движения материальной точки массой 5 г имеет вид

$$x = 4\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2\right)\ \text{см}.$$

Определите амплитуду колебаний, циклическую частоту, период колебаний, начальную фазу, максимальную скорость, максимальное ускорение, максимальную силу, поддерживающую это движение, и полную энергию колеблющейся точки.

Решение. Из аналогии данного в условии задачи уравнения и уравнения гармонических колебаний (1.23) следует, что амплитуда колебаний $x_0 = 4$ см; циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$ с$^{-1}$; начальная фаза $\varphi_0 = 2$ рад; скорость точки $v = x_0\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$; период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = 8$ с.

Максимальная скорость будет в том случае, когда фаза $\omega t + \varphi_0 = 0$, а $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$; таким образом, $v_0 = x_0\omega = 3{,}14\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Скорость точки будет максимальной в положении равновесия.

Ускорение точки $a = -x_0\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$ будет максимальным при фазе $\omega t + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. В этом случае $\sin(\omega t + \varphi_0) = 1$ и $a_0 = -x_0\omega^2 = -2{,}5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Ускорение будет максимальным в крайних точках (максимально удаленных от положения равновесия). Знак минус указывает на то, что ускорение всегда направлено в сторону, противоположную смещению точки.

Максимальную силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона: $F_0 - ma_0 = 1{,}25$ мкН.

Полная энергия точки $E = E_к + E_п$. Так как

$$E_к = \frac{1}{2}mx_0^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0)\,;\; E_п = \frac{1}{2}mx_0^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varphi_0)\,,$$

то

$$E = \frac{1}{2}mx_0^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2}mx_0^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{1}{2}mx_0^2\omega^2 = \frac{1}{2}mx_0^2\frac{\pi^2}{16} = 250\ \text{мДж}.$$

Пример 4. На горизонтальную стальную мембрану, совершающую вынужденные колебания с частотой 400 Гц и амплитудой 0,10 мм, насыпан мелкий песок. При некоторой амплитуде колебаний мембраны песчинки начинают подскакивать. Определите кинетическую энергию песчинки массой 0,10 мг в момент ее отрыва от мембраны.

Решение. Систему отсчета свяжем с поверхностью Земли и будем считать ее инерциальной. Начало координат выберем в состоянии устойчивого равновесия мембраны, ось OX направим вертикально вверх. В качестве физических систем будем поочередно рассматривать мембрану и находящуюся на ней песчинку.

Допустим, что мембрана совершает гармонические колебания, т. е. в качестве идеальной модели физической системы «мембрана» рассмотрим гармонический осциллятор. Пусть в начальный момент времени осциллятор находился в состоянии равновесия и начал двигаться вверх. Уравнение колебаний (зависимость координаты осциллятора от времени) имеет вид: $x = x_0\sin\omega t$.

Проекции скорости и ускорения осциллятора на ось OX соответственно равны

$$v_x = x_0\omega\cos\omega t\,,\; a_x = -x_0\omega^2\sin\omega t\,.$$

Физическая система «песчинка» является незамкнутой. Ее можно принять за материальную точку и описать вторым законом Ньютона, согласно которому $m_0\vec{a} = m_0\vec{g} + \vec{N}$, где $\vec{N}$ — реакция мембраны, m_0 — масса песчинки. Если спроецировать векторные величины на ось OX с учетом того, что до отрыва песчинки от мембраны их ускорения одинаковы, получим: $m_0a_x = N - m_0g$.

Таким образом, выделенные физические системы могут быть описаны следующими уравнениями:

$$\begin{cases} x = x_0 \sin 2\pi\nu t, \\ v_x = 2\pi\nu x_0 \cos 2\pi\nu t, \\ a_x = -4\pi^2\nu^2 x_0 \sin 2\pi\nu t, \\ m_0 a_x = N - m_0 g. \end{cases}$$

В момент отрыва песчинки от мембраны $(t = t_1)$ $N = 0$, поэтому $ma_x = -mg$, т. е. $a_x = -g$. Пусть значения координаты и проекции скорости песчинки в этот момент времени равны соответственно x_1 и v_1. С учетом этого, уравнения, соответствующие моменту отрыва песчинки, будут иметь вид:

$$\begin{cases} x_1 = x_0 \sin 2\pi\nu t_1, \\ v_1 = 2\pi\nu x_0 \cos 2\pi\nu t_1, \\ g = 4\pi^2\nu^2 x_0 \sin 2\pi\nu t_1. \end{cases}$$

Принимая во внимание, что $\sin^2 2\pi\nu t_1 + \cos^2 2\pi\nu t_1 = 1$, решая совместно второе и третье уравнения, получим:

$$\frac{v_1^2}{(2\pi\nu x_0)^2} + \frac{g^2}{(4\pi^2\nu^2 x_0)^2} = 1.$$

Откуда $v_1^2 = 4\pi^2\nu^2 x_0^2 - \frac{g^2}{4\pi^2\nu^2}$.

Следовательно кинетическая энергия песчинки в момент отрыва от мембраны $E = \frac{m_0}{2}\left(4\pi^2\nu^2 x_0^2 - \frac{g^2}{4\pi^2\nu^2}\right)$.

С учетом того, что в любой инерциальной системе отсчета кинетическая энергия песчинки $E > 0$, полученная формула является ответом задачи, если выражение, которое стоит в скобках, не отрицательное, т. е., если частота и амплитуда колебаний удовлетворяют неравенству: $\nu > \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{x_0}}$.

Численно: $E = 3{,}1$ нДж.

Пример 5. Доска, на которой лежит брусок, колеблется в горизонтальной плоскости с периодом 5 с. Определите коэффициент трения между бруском и доской, если брусок начинает скользить по доске при амплитуде колебаний, равной 60 см.

Решение. Будем считать, что доска совершает гармонические колебания. В этом случае модуль ее максимального ускорения

$$|a_0| = x_0\omega^2 = \frac{4\pi^2 x_0}{T^2}.$$

Для определения ускорения бруска a_1 используем второй зак[...] Ньютона, согласно которому $m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$, или в скалярн[...] форме

$$\begin{cases} ma_1 = F_{тр}, \\ 0 = N - mg. \end{cases}$$

Таким образом, $N = mg$, $F_{тр} = \mu N = \mu mg$. Отсюда $a_1 = \mu g$. Брусо[...] начнет скользить по доске, если модуль его ускорения a_1 окажет[...] меньше модуля максимального ускорения доски $|a_0|$, т. е. $a_1 < |a_0|$.
Если подставить значения $|a_0|$ и a_1, получим: $\mu g < \frac{4\pi^2 x_0}{T^2}$.

Отсюда $\mu < \frac{4\pi^2 x_0}{gT^2}$. Расчеты дают: $\mu < 0{,}1$.

Пример 6. При угле отклонения 15° сила, возвращающая маят[...]ник в положение равновесия, равна 0,15 Н. Какая сила возвраща[...] маятник при угле отклонения 30°?

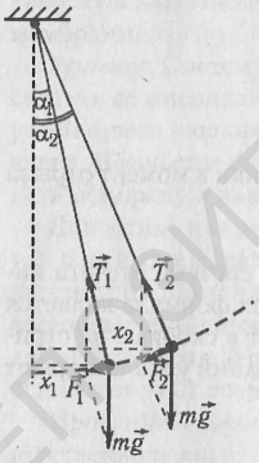

Рис. 1.42

Решение. В положении равновесия дв[...] силы, действующие на маятник: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ уравнове[...]шивают друг друга. Если отклонить маятник из положения равновесия на небольшой угол α, то сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ будут направлены под углом друг к другу и они не уравновешиваются (рис. 1.42)

Возвращающей силой для маятника является составляющая $\vec{F}$ его силы тяжести mg

$$F = mg \sin\alpha = mg\frac{x}{l},$$

где x – модуль смещения маятника из положения равновесия, l — его длина. Следовательно, $F_1 = mg \sin\alpha_1$, а для угла α_2 – $F_2 = mg \sin\alpha_2$. Разделив первое равенство на второе получим:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}.$$

Откуда $F_2 = F_1 \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$.

Численно: $F_2 = 0{,}15 \frac{0{,}5}{0.26} = 0{,}29$ (Н).

Пример 7. К потолку лифта подвешен математический маятник, длина которого l. С каким ускорением опускается лифт, если маятник за время t совершает n полных колебаний? С каким ускорением и в каком направлении должен двигаться лифт, чтобы число колебаний возросло в 1,41 раза по сравнению с колебаниями маятника в неподвижном лифте?

Решение. Период колебания маятника в движущемся лифте зависит не только от ускорения свободного падения, но и от ускорения движения лифта. Действительно, если лифт движется ускоренно, то $F = m(g + a)$.

Гармонические колебания маятника вызываются силой $F = -kx$, где $k = m\omega^2$ – коэффициент квазиупругости, x – смещение. С другой стороны, $F = F_н \sin\alpha = F_н \frac{x}{l}$ ($F_н$ – сила натяжения подвеса маятника). Поэтому $m\omega^2 x = F_н \frac{x}{l}$, откуда $\omega^2 = \frac{g \pm a}{l}$, но $\omega = \frac{2\pi}{T}$, следовательно, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$. Так как период колебаний $T = \frac{t}{\nu}$, то совместным решением двух последних уравнений найдем a. Для движения лифта с ускорением, направленным против g,

$$a = \frac{t^2 g - 4\pi^2 l \nu^2}{t^2}.$$

Для движения лифта с ускорением, совпадающим по направлению с ускорением силы тяжести,

$$a = \frac{4\pi^2 l \nu^2 - t^2 g}{t^2}.$$

Для того чтобы за одно и тоже время маятник совершил в 1,41 раза больше колебаний, надо, чтобы период уменьшился в $\sqrt{2}$ раз:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}} = \frac{\sqrt{g+a}}{\sqrt{g}} = \sqrt{2}.$$

Это возможно только в том случае, если $a = g$ и направлено противоположно g, т.е. при ускоренном подъеме или замедленном опускании с ускорением свободного падения. Если лифт опускается ускоренно с ускорением g, то $T = \infty$, т. е. маятник покоится, так как находится в состоянии невесомости.

Важно подчеркнуть, что с чем большей скоростью движется лифт, тем сильнее будет отличаться период колебания маятника от периода колебаний в покоящемся лифте. Движение с постоянной скоростью не изменит периода при любой скорости движения. В этом проявляется механический принцип относительности.

Пример 8. *U*-образный ртутный манометр содержит 40,8 г ртути. Определите период собственных колебаний ртути в манометре, если диаметр трубки равен 4 мм.

Решение. При сдвиге уровня ртути в одном из колен манометра на малую величину x разность уровней ртути в манометре будет равна $2x$. Вследствие этого на весь объем ртути будет действовать сила $F = -\Delta mg$, которая стремится вернуть ее в состояние равновесия.

По второму закону Ньютона, эта сила сообщает всему объему ртути ускорение a, поэтому $ma_x = -\Delta mg$.

Если учесть, что $\Delta m = 2\rho\frac{\pi d^2}{4}x$, получим: $a_x = -\frac{\pi d^2}{2m}\rho x$.

Поскольку $a_x = x''(t)$, то $x'' + \frac{\pi d^2}{2m}\rho x = 0$, т. е. ртуть в манометре совершает гармонические колебания с частотой $\omega = \sqrt{\frac{\pi d^2}{2m}\rho}$.

Поэтому период колебаний ртути в манометре $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{d}\sqrt{\frac{2m}{\pi\rho}}$.

Расчеты дают: $T = 1$ с.

Контрольные тематические тесты

А15.1(1) Если поперечная волна движется вправо (рис. 1.43), то частицы *A* и *B* упругой среды смещаются в следующих направлениях

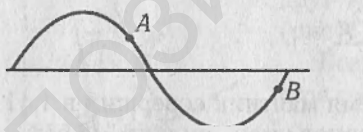

Рис. 1.43

1) *A* и *B* – вниз;
2) *A* – вниз, *B* – влево;
3) *A* – вниз, *B* – вверх;
4) *A* и *B* – вверх;
5) *A* и *B* – вправо.

А15.2(3) Шарик, подвешенный в вагоне поезда на нити длиной $l = 44$ см, раскачивается из-за толчков на стыках рельсов. Если длина рельса между стыками $L = 12{,}8$ м, то амплитуда колебаний шарика будет наибольшей при скорости движения поезда, равной

1) 8,6 $\frac{м}{с}$; 2) 8,9 $\frac{м}{с}$; 3) 9,5 $\frac{м}{с}$; 4) 9,7 $\frac{м}{с}$; 5) 10,2 $\frac{м}{с}$.

А15.3(4) Две пружины, жесткости которых соответственно равны k_1 и k_2, соединяют последовательно (рис. 1.44). К концу пружины жесткостью k_2 прикрепляют тело массой m. Если не учитывать трение тела о плоскость, то в системе возникают малые колебания, период которых T равен

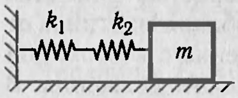

Рис. 1.44

1) $T = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)}$; 2) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$;

3) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2}\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)}$; 4) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k_1+k_2}}$;

5) $T = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}\right)}$.

А15.4(2) Период колебаний математического маятника на Земле равен 0,80 с. Если ускорение свободного падения на Марсе составляет 0,37 земного, то период колебаний маятника при этом равен

1) 0,90 с; 2) 1,0 с; 3) 1,1 с; 4) 1,2 с; 5) 1,3 с.

А15.5.4. Тело массой $m = 0{,}10$ кг, насаженное на гладкий горизонтальный стержень (рис. 1.45), соединено пружиной, жесткость которой $k = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, с неподвижной стенкой. Если тело смещают от положения равновесия на расстояние $E_0 = 10$ см и отпускают, то средняя скорость тела $\langle v \rangle$ за время, в течение которого оно получает смещение из крайнего положения $\frac{E_0}{2}$, равна

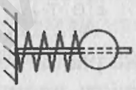

Рис. 1.45

1) 0,42 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) 0,44 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$; 3) 0,46 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$; 4) 0,48 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$; 5) 0,50 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

А15.6(2) Лодка раскачивается на волнах, распространяющихся со скоростью $v = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Если расстояние между двумя ближайшими гребнями волн $s = 6$ м, то период их колебаний T равен

1) 4 с; 2) 6 с; 3) 7 с; 4) 8 с; 5) 9 с.

А15.7(1) Высота тона звука определяется

1) амплитудой звуковой волны;
2) длиной звуковой волны;
3) скоростью звуковой волны;
4) частотой звуковой волны;
5) интенсивностью звуковой волны.

А15.8(3) Если полная энергия гармонических колебаний материальной точки $E = 0{,}4$ мДж, а модуль действующей на нее силы при смещении, равном половине амплитуды, $F = 2$ Н, то амплитуда колебаний A равна

1) 0,1 мм; 2) 0,2 мм; 3) 0,3 мм; 4) 0,4 мм; 5) 0,5 мм.