



Серыя "У дапамогу педагогу"
заснавана ў 1995 годзе

Навукова-метадычны часопіс
Выдаецца з IV квартала 1995 года
Зарэгістраваны Міністэрствам інфармацыі
Рэспублікі Беларусь
Пасведчанне № 686 ад 16.09.2009 г.
Перарэгістраваны 03.01.2013 г.
Выходзіць 6 разоў у год

7096

Заснавальнік і выдавец –
РУП «Выдавецтва
"Адукацыя і выхаванне"
Міністэрства адукацыі
Рэспублікі Беларусь

6(89) • 2013

МАТЭМАТЫКА

Рэдакцыйная калегія

Галоўны рэдактар

СЯРГЕЙ АЛЯКСЕЕВІЧ МАЗАНІК,
доктар фізіка-матэматычных навук

Нам. галоўнага рэдактара

А. М. СЕНЧАНКА
У. У. ШЛЫКАЎ,
доктар педагагічных навук

Адказны сакратар

Я. А. ПАСТУШЭНКА

А. І. АБРАМОВІЧ

В. І. БЕРНІК,

доктар фізіка-матэматычных навук

І. І. ВАРАНОВІЧ,

кандыдат фізіка-матэматычных навук

В. У. КАЗАКОЎ

В. У. КАЗАЧОНАК,

доктар педагагічных навук

М. І. ЛІСАВА,

кандыдат педагагічных навук

І. А. НОВІК,

доктар педагагічных навук

Ю. М. ШАСТАКОЎ,

кандыдат педагагічных навук

Вул. Будзённага, 21,
220070, г. Мінск,
тэл.: 297-93-18 (адк. сакратар),
297-93-22 (адзел маркетынгу),
факс: 297-91-49
e-mail: aiv@aiv.by
http://www.aiv.by

6/2013

Нацыянальная
бібліятэка
Беларусі

ЗМЕСТ

Праблемы, меркаванні, прапановы

- 3 *Петрукович О. Н.*
Важные мелочи

Навуковыя публікацыі

- 7 *Карневич О. Н.*
Теоретические аспекты формирования геометрической компетенции учащихся при обучении геометрии в школе

У дапамогу маладому настаўніку

- 21 *Старикова И. И.*
Использование коррекционных аналитических карт для ликвидации пробелов в знаниях учащихся по итогам выполнения контрольных работ по математике (в VIII классе, алгебраический компонент)

Рыхтуем ся да тэсціравання

- 29 *Азаров А. И., Булатов В. И.*
Решение уравнений с использованием общих свойств функций

Алімпіяды, турніры, інтэлектуальныя спаборніцтвы

- 35 *Карпук М. В.*
Европейская математическая олимпиада для девушек

- 39 *Задворный Б. В., Лавринович Л. И., Макаров Е. К.*
Республиканский турнир юных математиков — игра и соревнование, правила и задачи, вопросы и ответы

На факультатыўных занятках

- 52 *Романенко Н. Д.*
Теория нечётких множеств, нечёткая логика и их место в школьном математическом образовании

Замежны вопыт

- 59 *Филимонова М. А., Швец В. А.*
Пути формирования у учащихся основной школы навыков математического моделирования

УДК 37.016:514

О. Н. Карневич, аспирант кафедры алгебры и геометрии БГПУ имени Максима Танка

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В ШКОЛЕ

Аннотация

В данной статье уточнён терминологический аппарат, характеризующий компетентностный подход в процессе обучения учащихся геометрии. В частности, уточнены определения понятий «компетентность», «компетенция», дано определение понятия «геометрическая компетенция». Раскрыта роль компетентностных геометрических задач как средства формирования геометрической компетенции, выявлены основные функции компетентностных геометрических задач.

Abstract

In this article, the terminological apparatus is specified, characterizing the competence approach in the process of teaching students geometry. In particular, the definitions of competence and competency are specified, the concept of geometrical competence is defined. The role of competence-based geometrical tasks as means of formation of geometrical competence is opened, the main functions of competence-based geometrical tasks are revealed.

Ключевые слова: компетентность, компетенция, математическая компетентность, математическая компетенция, геометрическая компетенция, компетентностная геометрическая задача.

Введение

Важной составляющей школьного математического образования является изучение курса геометрии, содержание которого, обладая значительным развивающим и воспитательным потенциалом, имеет широкое практическое применение. Сокращение времени на обучение геометрии в школе не позволяет раскрыть в полной мере прикладные возможности этой науки. Как показывают результаты Международного исследования образовательных достижений PISA (Programme for International Student Assessment), уча-

щиеся испытывают затруднения при необходимости применять геометрические знания в ситуациях, близких к реальным. Развитие таких способностей — одна из основных задач научно-методических разработок, связанных с применением компетентностного подхода в обучении учащихся геометрии.

Понятийный аппарат, характеризующий сущность компетентностного подхода, ещё не устоялся. В частности, остаётся неразрешённым вопрос о соотношении объёмов понятий «компетентность» и

«компетенция». В словарях иностранных слов понятие «компетентность» [лат. *competens* (*competentis*) надлежащий; способный] поясняется как «обладание знаниями и опытом, позволяющими судить о чём-либо». Понятие «компетенция» [лат. *competentia* принадлежность по праву] трактуется как «круг вопросов, в которых данное лицо обладает познаниями, опытом» [1]. Согласно этим формулировкам рассматриваемые понятия воспринимаются как равнозначные: их общими, существенными свойствами являются наличие знаний и опыта, требующихся в определённой сфере деятельности.

Такой точки зрения придерживаются В. А. Болотов, О. С. Таизова, В. В. Сериков, О. В. Дехтяренко и др. Например, О. В. Дехтяренко отмечает, что «русскоязычная полемика вокруг терминов *компетенция* и *компетентность* ... во многом является следствием различного перевода и интерпретаций ..., где обоим русским вариантам соответствует одно и то же слово» [2, с. 23], и предлагает под *компетентностью* понимать «способность личности к эффективной самоорганизации для достижения поставленной цели на основе ценностного самоопределения, знаний и опыта» [2, с. 23].

Исследователи И. А. Зимняя, А. В. Баранникова, О. Л. Жук, Ю. В. Фролов,

Д. А. Махотин, А. В. Хуторской и др. считают, что понятия компетентности и компетенции неравнозначны. Например, А. В. Хуторской рассматривает компетенцию в системе общего образования как «совокупность взаимосвязанных качеств личности, отражающих заданные требования к образовательной подготовке выпускников» [3], а компетентность — как «обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности» [3]. Анализируя мнения учёных, можно выделить две полярные точки зрения: 1) содержание понятия компетентности шире, чем содержание понятия компетенции (А. В. Хуторской), 2) содержание понятия компетенции шире, чем содержание понятия компетентности (С. Е. Шишов и др.).

На наш взгляд, выявление сущности понятий «компетентность» и «компетенция» позволит прояснить перспективы применения компетентностного подхода в процессе обучения учащихся геометрии. Цель данной статьи — уточнить определения понятий компетентности, компетенции, дать определение понятия «геометрическая компетенция», раскрыть роль компетентностных геометрических задач как средства формирования геометрической компетенции учащихся.

Основная часть

Понятия «компетентность» и «компетенция». Анализ определений понятия «компетентность» показывает, что его существенным свойством является владение субъектом комплексом (от лат. *complexus* — связь, сочетание) знаний, умений, навыков, требуемых для выполнения деятельности определённого вида, и опытом этой деятельности. Так, например, Э. Ф. Зеер рассматривает компетентность как «совокупность знаний, умений, опыта, отражённую в теоретико-прикладной подготовленности к их реализации в деятельности на уровне функциональной грамотности» [4, с. 51].

В других определениях акцентируется внимание на способности и (или) готовности применять этот комплекс знаний, умений и навыков для эффективного выполнения деятельности определённого вида. Так, Дж. Равен понимает под компетентностью «специфическую способность, необходимую для эффективного выполнения конкретного действия в конкретной предметной области» [5, с. 211]; М. А. Чошанов — как потенциальную готовность решать задачи со знанием дела [6]; О. Е. Лебедев — как способность действовать в ситуации неопределённости [7].

В ряде работ (В. С. Безрукова, Э. Ф. Эсер, О. Н. Шахматова, Э. Ф. Зеер, А. А. Дорофеев, О. Л. Жук и др.) понятие компетентности рассматривается в контексте профессиональной деятельности человека. Например, согласно определению И. А. Зимней компетентность — это «основывающийся на знаниях, интеллектуально и личностно обусловленный опыт социально-профессиональной жизнедеятельности человека» [8, с. 4].

Анализируя различные контексты, в которых используется понятие компетентности, мы пришли к выводу, что данное понятие применяется для характеристики профессиональных качеств человека. Обобщив определения вышеперечисленных авторов, понятие компетентности можно выразить как качество личности, характеризующееся совокупностью знаний, умений, навыков, определяющих её способность и готовность к известной профессиональной деятельности, и наличием опыта этой деятельности.

Некоторые учёные подчёркивают, что для выполнения деятельности какого-либо вида необходимы различного рода знания, умения и навыки, опыт их применения, а также другие качества личности, которые можно объединить в группы по определённым признакам, называя их компетенциями. Так, например, Л. Спенсер, С. Спенсер считают, что *компетенция* — «базовое качество индивидуума, имеющее причинное отношение к эффективному и/или наилучшему на основе критериев исполнению в работе или в других ситуациях» [9, с. 9], А. В. Хуторской отмечает, что «компетенция — совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определённому кругу предметов и процессов, необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним» [3].

Одни и те же компетенции могут быть востребованы для выполнения различных видов деятельности. А. В. Хуторской выделяет следующие виды компетенций:

1) ключевые (реализуемые на мета-предметном, общем для всех предметов содержания);

2) общепредметные (реализуемые на содержании, интегративном для совокупности предметов, образовательных областей);

3) предметные (формируемые в рамках отдельных предметов) [3].

Нами под *компетенцией в определённой области науки* понимается качество личности, характеризующееся наличием комплекса знаний, умений, навыков в этой области науки, способностью и готовностью применять их в различных областях человеческой деятельности. Тогда *компетентность* можно определить как качество личности, характеризующееся совокупностью компетенций (ключевых, общепредметных, предметной), востребованных для определённого вида профессиональной деятельности, и наличием опыта этой деятельности.

Эта дефиниция компетентности согласуется с имеющимися в научной литературе определениями понятия «математическая компетентность». Например, О. Н. Шалдыбина считает, что математическая компетенция — это «интегральное качество личности, проявляющееся в общей её способности и готовности к профессиональной деятельности, основанной на системе взаимосвязанных математических знаний, умений, навыков и опыте, которые приобретены в процессе обучения математическим дисциплинам» [10, с. 12]; Н. Г. Ходырева считает, что математическая компетенция — это «системное свойство личности субъекта, характеризующее его глубокую осведомлённость в предметной области знаний, личностный опыт субъекта, нацеленного на перспективность в работе, открытого к динамичному обогащению, способного достигать значимых результатов и качества в математической деятельности» [11].

Некоторые определения математической компетентности, например, И. Н. Аллагуловой («личностное качество субъекта, характеризующееся математической грамотностью и опытом самостоятельной

математической деятельности, готовностью применять их в новой ситуации, нацеленностью на саморазвитие» [12, с. 10]), В. А. Шершневой («интегративное динамическое свойство личности студента, характеризующее его способность и готовность использовать в профессиональной деятельности методы математического моделирования» [13, с. 7]), на наш взгляд, характеризуют понятие математической компетенции. В работе [14] математическая компетенция понимается как «способность структурировать данные (ситуацию), вычленять математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать и преобразовывать её, интерпретировать полученные результаты. Иными словами, математическая компетенция учащегося способствует адекватному применению математики для решения возникающих в повседневной жизни проблем» [14, с. 20].

Анализ этих определений показывает, под *математической компетенцией* можно понимать качество личности, характеризующееся наличием комплекса математических знаний, умений, навыков, способностью и готовностью применять их в различных областях деятельности человека, а под *математической компетентностью* — качество личности, характеризующееся совокупностью компетенций (ключевых, общепредметных, математической), востребованных в профессиональной математической деятельности, и наличием опыта этой деятельности.

Таким образом, можно сделать следующие выводы: целью школьного математического образования не может быть подготовка компетентного математика, но может быть подготовка выпускника, обладающего математической компетенцией, требующейся в различных сферах деятельности, и другими компетенциями, необходимыми для того, чтобы стать компетентным специалистом в какой-либо профессиональной сфере деятельности, в частности — математической. Поэтому важно найти средства формирования математической компетенции учащихся при обучении математике в школе.

Геометрическая компетенция. С целью сужения области исследования и с учётом общекультурной значимости курса геометрии рассмотрим вопрос о формировании *геометрической компетенции*, под которой нами понимается качество личности, характеризующееся наличием комплекса геометрических знаний, умений, навыков, способностью и готовностью их применять в различных областях деятельности человека.

Первая составляющая геометрической компетенции — это *знания*, включающие геометрические понятия, факты, теории и базирующиеся на их основе *геометрические умения и навыки*. Их содержание в школьном курсе геометрии определяется учебной программой по математике для общеобразовательных учреждений [15].

Раскроем сущность второй составляющей понятия геометрической компетенции — *способности* применять геометрические знания, умения, навыки в различных областях деятельности человека. Способности, согласно определению Б. М. Теплова, — это такие «индивидуально-психологические особенности, которые имеют отношение к успешности выполнения одной или нескольких деятельностей» [16, с. 224], а в работе Н. В. Кузьминой отмечается, что «... они обнаруживаются в быстроте, глубине и прочности овладения способами и приёмами деятельности» [17, с. 4].

На наш взгляд, следует различать понятия «способность к выполнению действия» и «способность к овладению способом действия». Способность к выполнению какого-либо действия можно трактовать как владение способами выполнения этого действия (кратко — способами действия). Владеть способом действия — значит знать соответствующую последовательность операций и применяемые при этом средства [18], а также иметь опыт выполнения этого действия. *Способность применять геометрические знания, умения, навыки в различных областях деятельности человека* можно трактовать как владение способами выполнения действия по применению геометрических

знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека.

Учитывая, что деятельность человека, как правило, связана с реальными объектами, одной из важных операций в составе этого действия является операция по созданию *графической модели геометрической фигуры*, обладающей свойствами реального объекта (для краткости будем использовать термин *графическая модель объекта*). Слово «модель» произошло от латинского слова «*modus, modulus*», что означает «мера, образ, способ и т. п.» [19, с. 7]. В работе [19] под моделью понимается «такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что её изучение даёт нам новую информацию об этом объекте» [19, с. 19]. Под графической моделью объекта понимают конструкцию, составленную из изображений точек, прямых и других линий, объединённых общим носителем, и отображающую этот объект [18].

Для того чтобы учащиеся могли успешно создавать графические модели, необходимо сформировать соответствующее действие. Его ориентировочная основа может быть следующей:

- 1) мысленно выделить элементы рассматриваемого объекта;
- 2) представить геометрические фигуры, которые обладают свойствами выделенных объектов;
- 3) определить взаимное расположение элементов рассматриваемого объекта и их размеры;
- 4) изобразить графические модели геометрических фигур, обладающих свойствами выделенных объектов, на чертеже с учётом их взаимного расположения и соотношения размеров.

Важно предоставить учащимся возможность для овладения опытом выполнения этого действия. Для этого можно использовать следующие учебные задачи: «Изобразите графическую модель учебника и лежащего

на нём карандаша (рисунок 1)», «Изобразите графическую модель железнодорожного пути и стоящего рядом человека» и др.



Рисунок 1

При рассмотрении таких задач важно подчеркнуть, что существуют различные приёмы создания графических моделей. Например, приём «Плоская модель» описывается следующим образом: «Выберите такую точку зрения на объект, чтобы удобно было рассматривать интересные элементы. Мысленно замените рассматриваемые элементы плоскими геометрическими фигурами. Изобразите на рисунке графическую модель объекта». Примеры плоских моделей для рассмотренных выше задач представлены на рисунке 2, примеры пространственных моделей — на рисунке 3.

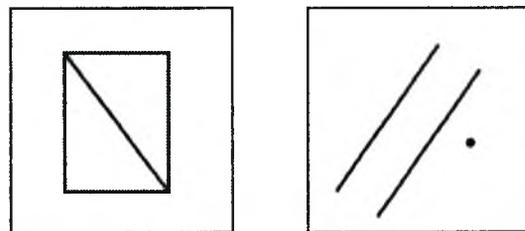


Рисунок 2

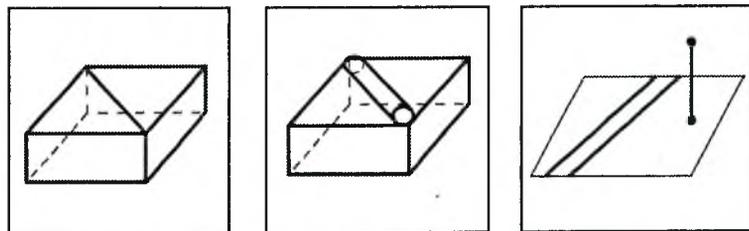


Рисунок 3

Вторая важная операция в составе действия по применению геометрических знаний, умений в различных областях де-

ятельности человека — операция постановки геометрической задачи. Для этого необходимо реальные объекты заменить геометрическими фигурами и сформулировать задачу на языке геометрии. Например, задача «Точки пересечения трёх магистралей являются вершинами треугольника. В какой точке этого треугольника следует построить завод, чтобы сумма расстояний от него до всех трёх магистралей была наименьшей?» может быть переформулирована следующим образом: «Точки пересечения трёх прямых являются вершинами треугольника. Найдите такую точку треугольника, чтобы сумма расстояний от неё до трёх прямых была наименьшей».

Третья важная операция в составе действия по применению геометрических знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека — операция интерпретации графической модели. Последовательность действий для её выполнения можно представить следующим образом:

- 1) в формулировке ответа на вопрос геометрической задачи геометрические фигуры заменить реальными объектами;
- 2) оценить ответ с учётом здравого смысла.

Итак, последовательность операций, составляющих действие по применению геометрических знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека, может быть следующей:

- 1) рассмотреть данные и искомые объекты;
- 2) создать графические модели этих объектов;
- 3) сформулировать геометрическую задачу, соответствующую задаче, возникшей в реальной ситуации;
- 4) решить геометрическую задачу;
- 5) интерпретировать результат решения геометрической задачи и сделать вывод для рассматриваемых объектов.

Способность применять геометрические знания в различных областях деятельности человека является важным аспектом формирования геометрической компетенции.

Рассмотрим третью составляющую геометрической компетенции — *готовность* применять знания, умения, навыки в различных областях деятельности. В словаре [20] *готовый к действию* употребляется в значении «склонный что-либо делать» [20, с. 136], а под склонностью в психологии понимается «любое положительное, внутренне мотивированное отношение (влечение, интерес и пр.) к какому-либо занятию» [21, с.461]. Согласно данным характеристикам понятий *готовность* применять знания, умения, навыки в различных областях деятельности представляет собой желание и возможность их применять в деятельности человека, где желание может быть обеспечено за счёт мотивации к изучению геометрии, а возможность предполагает, кроме наличия геометрических знаний, умений, навыков, владения способами действий по применению этих знаний, наличие опыта применения знаний и способов действий в реальных ситуациях в жизни человека.

Таким образом, геометрическая компетенция предполагает:

- 1) владение базисными геометрическими знаниями, умениями, навыками;
- 2) умение строить графические модели объектов и интерпретировать их;
- 3) владение опытом решения геометрических задач, характерных для различных сфер деятельности человека.

Для формирования опыта решения геометрических задач, характерных для различных сфер деятельности человека, необходимы учебные математические задачи с практическим содержанием. В словаре [22] *практический* характеризуется как «относящийся к области жизненного опыта, реальных потребностей». Одно из немногих определений задачи с практическим содержанием дано в работе И. М. Шапиро: «под математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера) мы понимаем задачу, фабула которой раскрывает приложения математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с её использованием в организации, технологии и экономике

современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении бытовых операций» [23, с. 3]. Это означает, что учебные задачи с практическим содержанием связаны с повседневной и профессиональной деятельностью человека.

Компетентностные геометрические задачи как средство формирования геометрической компетенции учащихся. В связи с тем, что понятие компетентности связано с определённым видом профессиональной деятельности человека, среди учебных задач с практическим содержанием целесообразно выделить отдельный класс задач, связанных с профессиональной деятельностью человека, решаемых средствами математики. Будем называть такие задачи компетентностными.

В работе [24] компетентностные задачи рассматриваются как задачи, решение которых осуществляется за счёт самостоятельной продуктивной учебно-познавательной деятельности с привлечением полученных знаний, умений, навыков, и описываются их отличительные черты от традиционных математических задач: 1) направленность на общекультурную и социальную значимость получаемого результата; 2) цель решения компетентностной задачи заключается не столько в получении ответа, сколько в присвоении нового знания (метода, способа решения, приёма); 3) по структуре эти задачи нестандартные (обязательно не определены некоторые из её компонентов) [24]. В качестве примера компетентностной задачи в диссертации [24] приводится задача «Пространственный лабиринт»:

«Всем хорошо известны лабиринты, которые расположены на плоскости, однако в природе существуют и пространствен-

ные лабиринты — это пещеры. Исследователи пещер — спелеологи легко ориентируются в хитросплетениях переходов, спусков и подъёмов, поворотов и тупиков.

Перед вами план этажей пространственного лабиринта (рисунок 4).

Номера этажей обозначены соответствующими цифрами, цифрой 6 обозначена крыша. Все планы ориентированы одинаково (направление — север—юг у них одно и то же). Чёрными линиями обозначены непроницаемые перегородки, белым цветом — отверстия в полу, сквозь которые можно переходить с одного этажа на другой.

А) Форму какого многогранника имеет здание с данным пространственным лабиринтом?

Б) Поставьте вопрос к условию этой задачи и решите её» [24, с.155].

Анализ условия данной задачи показывает, что её формулировка разработана на основе принципов создания *контекстных* задач, принятых в международных исследованиях:

- задание составлено на основе практической ситуации, близкой к ситуациям, знакомым учащимся;
- ситуация обеспечивает возможность комплексной проверки знаний и умений из различных тем и разделов курса математики;
- в рамках предложенной ситуации возникает такая проблема, которая делает подлинно необходимым использование математики для её разрешения;
- условие задачи включает излишнюю информацию, которая не является нужной для решения поставленной проблемы;
- контекст задачи представлен в различной форме (графика) [14].

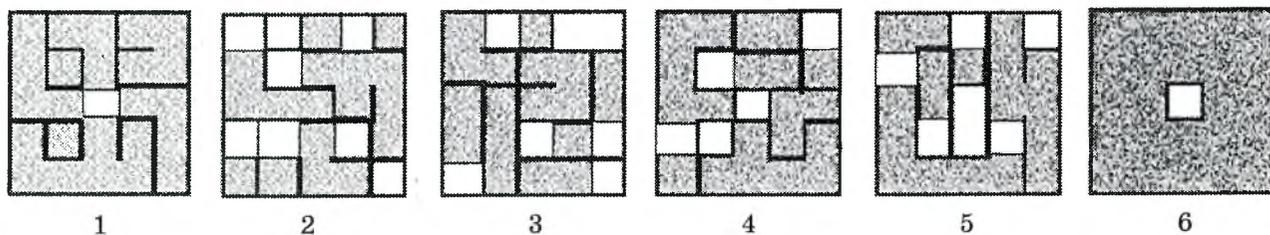


Рисунок 4

Использование вышеперечисленных принципов создания контекстных задач при разработке компетентностных задач не даёт нам возможности взять определение компетентностной задачи, данное О. В. Харитоновой, за основу в своём исследовании.

Компетентностные задачи в отличие от других задач с практическим содержанием, для решения которых достаточно интуиции, смекалки, воображения и фантазии, требуют применения математических знаний и умений. Так, например, в задаче с практическим содержанием, не являющейся компетентностной, «В лабораторной установке некоторая жидкость поступает в сосуд через три входных крана. Если открыть все краны одновременно, то сосуд наполнится за 6 мин. Если же наполнять сосуд только через второй кран, то потребуется 0,75 времени, необходимого для его заполнения через первый кран. Через третий кран сосуд заполняется на 10 мин дольше, чем через второй кран. На какое время для заполнения этого сосуда потребуется открывать каждый кран в отдельности?» для ответа на вопрос можно не использовать математику, а достаточно засекают время заполнения сосуда секундомером при открывании каждого крана в отдельности. Задача «Для наполнения плавательного бассейна водой установлены три насоса. Первому насосу для наполнения бассейна требуется времени в три раза меньше, чем второму, и на 2 часа больше, чем третьему. Три насоса, работая вместе, наполнили бы бассейн за 3 часа, но по условиям эксплуатации одновременно должно работать не более двух насосов. С целью экономии денежных средств определите оптимальную стоимость (в бел. руб.) наполнения бассейна, если 1 ч работы любого из насосов стоит 150 000 бел. руб.» в отличие от предыдущей может быть решена только с помощью математики, поэтому она является компетентностной задачей, характерной для инженерно-экономической сферы деятельности.

Таким образом, для формирования третьей составляющей понятия геометрической компетенции — *готовности* при-

менять знания, умения, навыки в различных областях деятельности человека, в частности, опыта решения геометрических задач, характерных для различных сфер деятельности человека, целесообразно применять компетентностные геометрические задачи, где под *компетентностной геометрической задачей* нами понимается задача, характерная для определённой профессиональной сферы деятельности и требующая применения геометрических знаний, умений и навыков. Такие задачи, с одной стороны, позволят мотивировать деятельность учащихся по изучению нового материала, так как требуют специальных геометрических знаний, с другой стороны, дадут возможность приобретать опыт их применения в различных профессиональных сферах деятельности.

Выявим *функции* компетентностных геометрических задач при обучении геометрии в школе.

Поскольку содержание компетентностных геометрических задач отражает многообразные стороны различных сфер профессиональной деятельности человека, эти задачи мотивируют деятельность учащихся по овладению геометрическими знаниями, умениями, навыками. Это определяет *мотивационную функцию* компетентностных геометрических задач.

Необходимость перевода этих задач на язык геометрии и осуществления обратного процесса определяет следующую функцию компетентностных геометрических задач: *обучение приёмам создания и интерпретации геометрических моделей реальных объектов.*

Наконец, многообразие профессиональных сфер деятельности, различные стороны которых находят отражение в компетентностных задачах, обогащает опыт применения геометрических знаний, умений в различных областях профессиональной деятельности человека. В этом проявляется ещё одна функция этих задач: *обогащение опыта применения геометрических знаний, умений, навыков.*

Таким образом, компетентностные геометрические задачи в процессе обучения

учащихся геометрии в школе выполняют следующие функции:

1) мотивация деятельности по овладению геометрическими знаниями, умениями, навыками;

2) обучение приёмам создания и интерпретации геометрических моделей реальных объектов;

3) обогащение опыта применения геометрических знаний, умений, навыков в различных областях профессиональной деятельности человека.

Так, учитывая, что степень сформированности геометрической компетенции определяется наличием комплекса геометрических знаний, умений, навыков, способности и готовности их применять в различных областях деятельности человека, а компетентностные геометрические задачи выполняют вышеперечисленные функции, можно утверждать, что компетентностные геометрические задачи являются средством формирования геометрической компетенции учащихся в процессе обучения геометрии в школе.

Рассмотрим, как реализуются данные функции на примере компетентностной геометрической задачи, характерной для инженерно-строительной профессии.

Задача. Выберите место для устройства пруда круглой формы, чтобы расстояния от него до данной магистрали и до каждого из двух населённых пунктов, расположенных по одну сторону от магистрали, были одинаковыми [25, с. 105].

Решение этой задачи обогащает опыт применения геометрических знаний, умений, навыков в строительной области деятельности. Она мотивирует учащихся к овладению знаниями по следующим темам школьного курса геометрии: «Серединный перпендикуляр к отрезку», «Окружность», «Признаки подобия треугольников», а также к овладению способами следующих геометрических действий:

- нахождение геометрического места точек, равноудалённых от данной точки;

- нахождение геометрического места точек, равноудалённых от двух данных точек;

- нахождение на одной из сторон данного угла точки, равноудалённой от вто-

рой стороны этого угла и данной точки, расположенной внутри этого угла;

- нахождение на одной из двух данных параллельных прямых точки, равноудалённой от второй прямой и данной точки, расположенной между параллельными прямыми;

- нахождение на одной из двух данных перпендикулярных прямых точки, равноудалённой от второй прямой и данной точки, не лежащей на данных перпендикулярных прямых.

Рассматриваемая задача позволяет обучать учащихся приёмам создания геометрических моделей реальных объектов и выбору наилучшей модели, отвечающей требованиям наглядности и простоты. Для этого можно предложить учащимся следующие вопросы: «Какая модель — плоская или пространственная — наиболее удобна для решения задачи? «Изобразите на рисунке различные плоские модели рассматриваемого в задаче объекта. Какая из этих моделей наиболее удобна для решения задачи? Обоснуйте свой выбор».

Для решения геометрической задачи, сформулированной на основе компетентностной геометрической задачи, может потребоваться исследование по рассмотрению возможных случаев взаимного расположения объектов, соотношения их размеров, формы. Поэтому компетентностные геометрические задачи могут служить основой для исследовательских работ учащихся. Кроме того, решения геометрических задач, сформулированных на основе компетентностных геометрических задач, как правило, многошаговые, требующие их разбиения на подзадачи, поэтому они могут использоваться для уроков обобщения знаний, практикумов по решению задач.

Проиллюстрируем на примере рассматриваемой задачи, как можно использовать последовательность операций, составляющих действие по применению геометрических знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека, при решении компетентностных геометрических задач (таблица 1).

Таблица 1 — Реализация ориентировочной основы действия по применению геометрических знаний, умений, навыков при решении компетентностной задачи

Операция в составе действия по применению геометрических ЗУН	Последовательность действий в составе операции	Реализация операции в соответствии с последовательностью её действий
1	2	3
Рассмотреть данные и искомые объекты	Выяснить, каково расположение рассматриваемых объектов в пространстве	Даны следующие объекты: магистраль, два населённых пункта, пруд круглой формы. Они расположены на поверхности земли
	Выбрать такую точку зрения, чтобы удобно было рассматривать интересные элементы	Выберем точку зрения, лежащую на перпендикуляре к поверхности земли на таком расстоянии, чтобы пруд можно было представить в виде точки
Создать геометрические модели каждого из объектов	Мысленно выделить элементы объектов	Согласно условию задачи нет необходимости выделять элементы магистрали, населённых пунктов и пруда
	Представить геометрические фигуры, сходные с рассматриваемыми объектами по форме	Магистраль можно представить в виде прямой, населённые пункты — в виде точек, пруд — в виде точки
	Определить взаимное расположение рассматриваемых объектов и их размеры	Согласно условию задачи населённые пункты находятся по одну сторону от магистрали, значит, изображающие их точки лежат по одну сторону от прямой, изображающей магистраль. Размерами пруда можно пренебречь, значит, его можно представить в виде точки. Её расположение по отношению к прямой и двум точкам, изображающим населённые пункты, неизвестно. Все рассматриваемые геометрические фигуры находятся в одной плоскости
	Изобразить соответствующие геометрические фигуры на чертеже с учётом их взаимного расположения и соотношения размеров	<div data-bbox="863 1397 1125 1639" style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;">Рисунок 5</p>
Сформулировать геометрическую задачу, соответствующую задаче, возникшей в реальной ситуации	В формулировке компетентностной задачи реальные объекты заменить выбранными геометрическими фигурами	Положение точки O , изображающей пруд, неизвестно Расположите точку O так, чтобы расстояния от неё до данной прямой a и до каждой из двух данных точек A и B , расположенных по одну сторону от прямой a , были равными

Продолжение таблицы 1

1	2	3		
<p>Решить геометрическую задачу</p>	<p>Разбить геометрическую задачу на подзадачи. Рассмотреть возможные случаи взаимного расположения геометрических фигур, соотношения их размеров, формы. Примечание: все подзадачи, на которые разбивается компетентностная геометрическая задача, предварительно решались на уроках (в частности, задачи на построение решались в 4 этапа)</p>	<p>1. Найти геометрическое место точек, равноудалённых от точек A и B. <i>Ответ.</i> Серединный перпендикуляр l к отрезку AB (рисунок 6).</p> <div data-bbox="903 444 1182 728" style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;">Рисунок 6</p>		
		<p>2. На прямой l найти точку O, равноудалённую от данной прямой a и точки A, не лежащей на этих прямых. Решение. Рассмотрим три возможных случая взаимного расположения двух прямых на плоскости</p>		
		<p>2а. Прямые a и l параллельны, точка A лежит между ними</p>	<p>2б. Прямые a и l перпендикулярны</p>	<p>2в. Прямые a и l пересекаются под углом, отличным от прямого угла</p>
		<p>Все точки прямой l находятся на одинаковом расстоянии от прямой a, обозначим его d. По условию задачи искомая точка O удалена от точки A на такое же расстояние, как и от прямой a, следовательно, её можно построить как пересечение прямой l и окружности с центром в точке A и радиусом d. Таких точек две, обозначим их O' и O'' (рисунок 7)</p>	<p>Расстояние от точки до прямой определяется перпендикуляром, проведённым из этой точки к данной прямой, поэтому расстояние от искомой точки O до прямой a равно длине отрезка OK, где K — точка пересечения прямых a и l. По условию задачи точка O равноудалена от прямой a и точки A, значит, она равноудалена от точек A и K. Её можно построить как пересечение прямой l и серединного перпендикуляра к отрезку AK (подзадача 1) (рисунок 8)</p>	<p>Соединим вершину T угла al с точкой A. Выберем на прямой l произвольную точку X и найдём на луче TA точки K и M, удалённые от точки X на такое же расстояние, как и от прямой a. Затем, проведя через точку A прямые, параллельные прямым MX и KX, на прямой l найдём две точки O' и O'', каждая из которых равноудалена от точки A и прямой a (рисунок 9)</p>

1	2	3		
	<p>Сформулировать ответ на вопрос геометрической задачи</p>	<p>1) Если прямые a и AB — перпендикулярны, то точка O лежит на пересечении серединного перпендикуляра к отрезку AB и окружности с центром в точке A и радиусом, равным расстоянию между прямой a и серединным перпендикуляром к отрезку AB (таких точек две).</p> <p>2) Если прямые a и AB параллельны, то точка O лежит на пересечении серединного перпендикуляра к отрезку AB и серединного перпендикуляра к отрезку AK, где K — точка пересечения прямой a и серединного перпендикуляра к отрезку AB.</p> <p>3) Если прямые a и AB пересекаются (не под прямым углом), то точка O лежит на пересечении серединного перпендикуляра к отрезку AB и отрезков, проходящих через ту из точек A или B, которая лежит между прямой a и серединным перпендикуляром к отрезку AB, и параллельных прямых, проходящим через произвольную точку серединного перпендикуляра и точки, лежащие на луче TA (или TB) и находящиеся на расстоянии d от произвольной точки серединного перпендикуляра, где T — точка пересечения прямой a и серединного перпендикуляра к отрезку AB, d — расстояние от произвольной точки серединного перпендикуляра к отрезку AB до прямой a (таких точек будет две)</p>		
<p>Интерпретировать результат решения геометрической задачи и сделать вывод для рассматриваемого объекта</p>	<p>В формулировке ответа геометрические фигуры заменить реальными объектами</p>	<p>1) Если магистраль и дорога, соединяющая населённые пункты, перпендикулярны, то пруд нужно построить на пересечении серединного перпендикуляра к дороге и окружности с центром в одном из населённых пунктов и радиусом, равным расстоянию между магистралью и серединным перпендикуляром к дороге, соединяющей населённые пункты (возможны два местоположения пруда).</p> <p>2) Если магистраль и дорога, соединяющая населённые пункты, параллельны, то пруд необходимо строить на пересечении серединного перпендикуляра к дороге, соединяющей населённые пункты, и серединного перпендикуляра к дороге AK, где K — точка пересечения магистрали и серединного перпендикуляра к дороге, соединяющей населённые пункты.</p>		

1	2	3
		3) Если магистраль и дорога, соединяющая населённые пункты, пересекаются (не под прямым углом), то пруд необходимо строить на пересечении серединного перпендикуляра к дороге, соединяющей населённые пункты, и отрезков, проходящих через тот населённый пункт, который лежит между магистралью и серединным перпендикуляром к дороге, соединяющей населённые пункты, и параллельных прямым, проходящим через произвольную точку серединного перпендикуляра и точки, лежащие на луче TA (или TB) и находящиеся на расстоянии d от произвольной точки серединного перпендикуляра, где T — точка пересечения магистрали и серединного перпендикуляра, d — расстояние от произвольной точки серединного перпендикуляра до магистрали (возможны два местоположения пруда)
	Оценить объект с учётом здравого смысла	Для первых двух случаев ответ соответствует действительности. В третьем случае из двух местоположений пруда необходимо выбрать то, которое имеет наименьшее расстояние до населённого пункта

Таким образом, компетентностные геометрические задачи, выполняя вышеперечисленные функции, являются средством формирования геометрической компетенции учащихся в процессе обучения геометрии в школе.

Заключение. В данной работе уточнён терминологический аппарат, характеризующий сущность компетентностного подхода в процессе обучения учащихся геометрии. В частности, уточнены понятия компетентности, компетенции, определено понятие геометрической компетенции. Раскрыта сущность понятия геометрической компетенции. Разработана последовательность операций, составляющих действие по применению геометрических знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека.

В работе раскрыта роль компетентностных геометрических задач как средства формирования геометрической компетенции. Дано определение компетентностной геометрической задачи, выявлены её основные функции: мотивация деятельности по овладению геометрическими знаниями, умениями, навыками; обучение приёмам создания и интерпретации геометрических моделей реальных объектов; обогащение опыта применения геометрических знаний, умений, навыков в различных областях профессиональной деятельности человека. Проиллюстрирована реализация последовательности операций, составляющих действие по применению геометрических знаний, умений, навыков, при решении компетентностной геометрической задачи.

Список цитированных источников

1. Новейший словарь иностранных слов и выражений. — М. : Современный литератор, 2003. — 976 с.
2. Дехтяренко, О. В. Формирование профессиональной компетентности на основе контекстного подхода: монография / О. В. Дехтяренко. — Минск : Республиканский институт профессионального образования, 2008. — 94 с.

3. Хуторской, А. В. Определение общепредметного содержания и ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». — 2002. — Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm>. — Дата доступа: 01.09.2013.
4. Зеер, Э. Ф. Модернизация профессионального образования: компетентностный подход: учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальности 0305.00 — Профессиональное обучение (по отраслям) / Э. Ф. Зеер, А. М. Павлова, Э. Э. Сыманюк. — Москва : Издательство МПСИ, 2005. — 211 с.
5. Равен, Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация / Дж. Равен; пер. с англ. — М. : Когито-центр, 2002. — 394 с.
6. Шиянов, Е. Н. Развитие личности в обучении / Е. Н. Шиянов, И. Б. Котова. — М. : Изд. центр «Академия», 1999. — 288 с.
7. Лебедев, О. Е. Компетентностный подход в образовании / О. Е. Лебедев // Школьные технологии. — 2000. — № 5.
8. Зимняя, И. А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании. Авторская версия / И. А. Зимняя. — М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004.
9. Спенсер, Л. Компетенции на работе / Лайл Спенсер, Сайн Спенсер; пер. с англ. А. Яковенко. — М. : Изд-во ГИПО, 2010. — 384 с.
10. Шалдыбина, О. Н. Дидактическая модель развития математической компетентности студентов ССУЗ: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / О. Н. Шалдыбина. — Казань, 2010. — 24 с.
11. Ходырева, Н. Г. Становление математической компетентности будущего учителя при подготовке в педагогическом вузе [Электронный ресурс] / Н. Г. Ходырева. — Режим доступа: http://borytko.nm.ru/papers/subject6_1/hodireva.htm. — Дата доступа: 07.06.2013.
12. Аллагулова, И. Н. Формирование математической компетентности старшеклассника в образовательном процессе: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / И. Н. Аллагулова. — Оренбург, 2007. — 23 с.
13. Шершнева, В. А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода: автореф. дис. ... докт. пед. наук / В. А. Шершнева. — Красноярск, 2011. — 45 с.
14. Денищева, Л. О. Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике / Л. О. Денищева, Ю. А. Глазков, К. А. Краснянская // Математика в школе. — 2008. — № 6. — С. 19—30.
15. Учебная программа для общеобразовательных учреждений с русским языком обучения. Математика V—XI классы. — Минск : НИО, 2009.
16. Теплов, Б. М. Психология: учебник для средней школы / Б. М. Теплов. — М., 1953.
17. Кузьмина, Н. В. Способности, одаренность, талант учителя / Н. В. Кузьмина. — Л. : Знание, 1985. — 32 с.
18. Тухолко, Л. Л. Теория развития конструктивной деятельности учащихся при обучении геометрии / Л. Л. Тухолко // Математика: проблемы выкладки. — 2012. — № 3. — С. 9—32.
19. Штофф, В. А. Моделирование и философия / В. А. Штофф. — М.—Л. : Наука, 1966. — 302 с.
20. Тихонов, А. Н. Словарь-справочник по русскому языку: Правописание, произношение, ударение, словообразование, морфемика, грамматика, частота употребления слов / А. Н. Тихонов, Е. Н. Тихонова, С. А. Тихонов; под ред. А. Н. Тихонова. — Изд. 4-е, стереотипное. — М. : Цитадель, 1999. — 704 с.
21. Мещеряков, Б. Г. Большой психологический словарь / Б. Г. Мещеряков; под ред. Б. Г. Мещерякова, В. П. Зинченко. — М., 2003. — 672 с.
22. Ожегов, С. И. Словарь русского языка: Ок. 57 000 слов / С. И. Ожегов; под ред. чл.-корр. АН СССР Н. Ю. Шведовой. — 18-е изд., стереотип. — М. : Рус. яз., 1986. — 797 с.
23. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики / И. М. Шапиро. — М. : Просвещение, 1990. — 98 с.
24. Харитонова, О. В. Развитие учебно-познавательной компетентности старшеклассников на уроках геометрии: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О. В. Харитонова. — Санкт-Петербург, 2006.
25. Сергеев, И. Н. Примени математику / И. Н. Сергеев, С. Н. Олехник, С. В. Гашков. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — 240 с.

Поступила в редакцию 13.09.2013