В12.3(5) Автомобиль трогается с места с ускорением $a_1 = 200\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. При скорости движения $v = 50{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ ускорение автомобиля стало равным $a_2 = 100\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Если сила сопротивления движению пропорциональна скорости, то установившаяся скорость движения автомобиля в это время равна ... $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. (Силу тяги двигателя считать постоянной.)

В.12.4(3) К динамометру, подвешенному в кабине лифта, движущегося вверх, прикреплен груз массой $m = 3{,}0$ кг. Если лифт при разгоне и торможении движется с одинаковым по модулю ускорением $a - 2{,}0$ м/с, то показания динамометра при разгоне и торможении будут отличаться на ... Н.

В.12.5(4) По наклонной плоскости с углом наклона в 30° скользит тело. Если коэффициент трения тела о плоскость равен 0,20, то в конце третьей секунды от начала движения тело будет иметь скорость ... м/с.

§ 1.3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Краткий теоретический материал

Второй закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$ может быть представлен в виде: $m\Delta\vec{v} = \vec{F}\Delta t$, т. е. *изменение импульса тела* ($\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$) *равняется импульсу равнодействующей всех внешних сил* $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$, действующих на это тело.

Импульс физической системы равен векторной сумме импульсов тел, входящих в эту систему, $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i$.

Изменение импульса физической системы равно векторной сумме импульсов всех внешних сил, действующих на эту систему в течение промежутка времени Δt, т. е. $\Delta\vec{p} = \Delta t\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$.

Если $\Delta t\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \vec{0}$, то $\vec{p} = \text{const}$, т. е. импульс системы сохраняется.

Это выполняется в следующих случаях:

1. *Физическая система замкнутая* (внешние силы отсутствуют).

2. *Действие внешних сил на физическую систему скомпенсировано*, т. е. $\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \vec{0}$ (система изолирована).

3. *Время действия внешних сил мало, а внутренние силы велики по сравнению с внешними* ($\Delta t \to 0$, $F_{внутр} >> F_{внешн}$).

Если условия 1 или 2 выполняются для определенного направления, то сохраняется только проекция импульса системы на это направление.

Механическая работа — это процесс передачи движения от одного тела (системы тел) к другому телу (или системе тел). *Физическая скалярная величина, являющаяся количественной мерой этого процесса, называется работой.* В механике работой (выполняемой постоянной силой $\bar{F}$ над телом, движущимся прямолинейно) называется физическая скалярная величина, равная произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между силой и перемещением, т. е.

$$\Delta A = F\Delta l\cos\alpha. \qquad (1.18)$$

При расчете *мощности*, которую развивает постоянная сила, используются формулы:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t}, \qquad (1.19)$$

$$P = Fv\cos\alpha. \qquad (1.20)$$

Причем формула (1.19) всегда определяет *среднюю мощность*. По формуле (1.20) можно расчитать как *среднюю, так и мгновенную мощности.* Если в эту формулу подставить среднюю скорость, получим среднее значение мощности; если мгновенную — мгновенное значение. В некоторых задачах на расчет работы и мощности необходимо дополнительно использовать формулы для расчета *коэффициента полезного действия* (КПД)

$$\eta = \frac{A_п}{A_з}, \text{ или } \eta = \frac{P_п}{P_з},$$

где $A_п$ и $A_з$ — соответственно полезная и вся затраченная работа, $P_п$ и $P_з$ — полезная (отдаваемая) и затраченная (подводимая) мощность.

Механическая энергия физической системы представляет собой сумму кинетических энергий всех тел системы и потенциальной энергии их парного взаимодействия, т. е. $E = E_к + E_п$. *Механическая энергия замкнутой физической системы при наличии только консервативных сил сохраняется, т. е.* $E = \text{const}$. *Для замкнутых неконсервированных систем выполняется закон сохранения полной энергии, согласно которому* $E + U = \text{const}$, *где* U — *внутренняя энергия системы.* Консервативными называются такие силы, работа которых не зависит от формы траектории при переходе тела из одного состояния в другое (является однозначной функцией координат). Механические системы, в которых действуют только консервативные силы, называются *консервативными*.

Если замкнутая физическая система, находящаяся в инерциальной системе отсчета (ИСО), состоит из двух взаимодействующих между собой тел, причем ИСО связана с первым (вторым) телом, то работа внутренних сил взаимодействия равна изменению потенциальной энергии второго (первого) тела, взятому с отрицательным знаком: $A = -\Delta E_п$.

Согласно теореме об изменении кинетической энергии работа равнодействующей всех внешних сил, действующих на незамкнутую физическую систему, в состав которой входят тела (материальные точки), потенциальная энергия взаимодействия которых равна нулю, равна изменению кинетической энергии этой системы, т. е. $A = \Delta E_к$. В общем случае изменение полной кинетической энергии физической системы равно работе внутренних A_1 и внешних A_2 сил, т. е. $\Delta E_к = A_1 + A_2$.

Указания по выполнению заданий

При решении задач на законы сохранения в механике следует иметь в виду, что как импульс, так и энергия тела зависят от выбора системы отсчета. Поэтому при составлении уравнений, выражающих законы сохранения импульса и энергии, необходимо рассматривать движения всех тел в одной и той же инерциальной системе отсчета. В качестве такой системы отсчета часто используют систему, связанную с поверхностью Земли. Иногда удобно выбирать систему отсчета так, чтобы одно из тел в некоторый момент взаимодействия было неподвижным относительно этой системы.

Задачи по теме «Законы сохранения» условно можно разделить на три группы. К первой группе относятся задачи, в которых рассматриваются замкнутые консервативные или неконсервативные системы. Решение задач этой группы основано на использовании закона сохранения импульса и законов сохранения механической (для консервативных систем) или полной энергии (для неконсервативных систем).

Решение задач второй группы осуществляется на основе теорем об изменении импульса и кинетической энергии для незамкнутых физических систем.

Задачи третьей группы являются комбинированными. В процессе их решения кроме законов сохранения или теорем об изменении используются также кинематические и динамические законы механического движения.

При решении задач по данной теме следует иметь в виду следующее:

1. Закон сохранения импульса связывает начальное и конечное значения импульса замкнутой системы и позволяет исключать из рассмотрения внутренние силы, которые могут быть как консервативными, так и неконсервативными. Поэтому этот закон применяют при решении задач, в которых силы взаимодействия между отдельными телами системы являются переменными, причем характер их изменения во времени сложен или вообще неизвестен. К таким задачам можно отнести задачи на разрыв одного тела на части или соединение нескольких тел в одно, задачи на удар и задачи на движение одних тел по поверхности других.

Проанализировав условие задачи, прежде всего необходимо выяснить, является ли рассматриваемая система тел замкнутой. Иногда может оказаться, что сумма внешних сил, действующих на систему, не равна нулю, но есть такое «изолированное» направление, для которого сумма проекций всех внешних сил равна нулю. Для этого направления проекция импульса системы будет величиной постоянной.

Если система тел замкнута то, выбрав систему координат, записывают закон сохранения импульса в проекциях на эти оси:

$$p_x = \text{const}, \;\; p_y = \text{const}, \;\; p_z = \text{const}.$$

Эти равенства могут быть использованы в качестве основных уравнений для определения искомых величин. Если число неизвестных больше числа составленных уравнений, то нужно добавить к ним уравнения, связывающие между собой кинематические величины.

Если система тел не замкнута, но в ней есть «изолированное» направление, то записывают закон сохранения импульса только для проекции на это направление. Следует иметь в виду также и тот факт, что если в системе происходит быстрое изменение импульсов, вызванное взаимодействием тел, то продолжительность взаимодействия считается бесконечно малой. Это обстоятельство позволяет применять закон сохранения импульса даже в тех случаях, когда на систему действуют внешние силы. Поэтому, например, не учитывается действие силы тяжести и силы сопротивления на тела, находящиеся у поверхности Земли, при их столкновениях и разрывах.

2. Применение закона сохранения механической энергии упрощает решение задач, в которых рассматриваются два состояния системы взаимодействующих тел, и позволяет не рассматривать действующие между телами силы.

Прежде чем применять закон сохранения механической энергии, необходимо выделить два состояния системы, затем выбрать уровень отсчета потенциальной энергии. Определив механическую энергию системы в обоих состояниях, записывают закон сохранения энергии: $(E_1 = E_2)$. Если при переходе системы тел из начального состояния в конечное на тела кроме внутренних действовали и внешние силы, то для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии.

3. Решение большой группы задач требует одновременного использования законов сохранения импульса и энергии. Эти уравнения вместе с уравнением второго закона динамики во многих задачах составляют полную систему уравнений, описывающих рассматриваемое явление. При составлении уравнений на основании законов сохранения в данном случае следует учитывать также все те особенности, которые указывались выше (пп. 1 и 2).

Примеры решения типовых задач

Пример 1. Снаряд, летевший в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с, разорвался на два осколка массами 10 кг и 5,0 кг. Скорость меньшего осколка равна 20 м/с и направлена вертикально вверх. Определите модуль и направление скорости движения большего осколка.

Решение. Материальными объектами задачи являются: снаряд, два осколка, поверхность Земли, гравитационное поле Земли и воздух. Снаряд и осколки примем за материальные точки.

Систему отсчета свяжем с поверхностью Земли и будем считать ее инерциальной. Начало координат выберем на поверхности Земли. Ось OX направим горизонтально в направлении движения снаряда, ось OY — вертикально вверх (рис. 1.16).

В физическую систему включим снаряд и осколки. Земля и воздух по отношению к выделенной физической системе являются внешними телами. Даже если не учитывать взаимодействие физической системы с воздухом, она будет незамкнутой. Это обусловле-

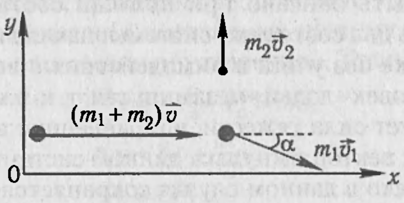

Рис. 1.16

но действием на тела системы ничем не скомпенсированной силы тяжести.

Можно выделить два состояния системы: начало взрыва и конец взрыва. Если учесть, что промежуток времени между началом и концом взрыва небольшой, а внутренние силы, возникающие при этом, велики по сравнению с силой тяжести, то выделенную физическую систему можно считать практически замкнутой и описать законом сохранения импульса.

Начальный импульс физической системы равен $\vec{p}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v}$, а ее конечный импульс – $\vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

Согласно закону сохранения импульса: $\vec{p} = \vec{p}_2$ или

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

Если спроецировать векторные величины на оси координат, получим:

$$(m_1 + m_2)v = m_1 v_1 \cos\alpha, \; 0 = m_2 v_2 - m_1 v_1 \sin\alpha.$$

Откуда

$$v_1 = \frac{\sqrt{m_2^2 v_2^2 + (m_1 + m_2)^2 v^2}}{m_1}; \; \mathrm{tg}\alpha = \frac{m_2 v_2}{(m_1 + m_2)v}.$$

Расчеты дают: $v_1 = 32$ м/с, $\alpha = 19°$. Таким образом, скорость большего осколка равна 32 м/с и направлена вниз под углом $\alpha = 19°$ к горизонту.

Пример 2. С неподвижной лодки массой 140 кг под углом 30° к горизонту со скоростью 5,0 м/с прыгает человек массой 70 кг. На какое расстояние переместится лодка, если сила сопротивления воды равна 30 Н?

Решение. Систему отсчета свяжем с поверхностью Земли и будем считать ее инерциальной. Ось OX направим горизонтально, ось OY — вертикально вверх.

Допустим, что в физическую систему входят только лодка и человек. Земля, воздух и вода по отношению к выделенной физической системе являются внешними телами. Взаимодействие системы с ними может быть описано при помощи соответствующих сил. Можно выделить два состояния системы: начало прыжка и окончание прыжка. Даже без учета взаимодействия с воздухом физическая система «человек–лодка» незамкнутая, т. к. в момент прыжка на человека действует сила тяжести, направленная вертикально вниз. Поэтому полный вектор импульса данной системы не сохраняется, т. е. $\vec{p}_1 \neq \vec{p}_2$. Однако в данном случае сохраняется проекция полного вектора импульса на горизонтальное направление (ось OX), пос-

Рис. 1.17

кольку в этом направлении внешние силы не действуют (в момент прыжка сила сопротивления воды равная нулю, т. к. лодка находится в состоянии покоя).

Векторы импульсов тел системы изображены на рис. 1.17.

Запишем закон сохранения для горизонтальной составляющей импульса

$$\vec{p}_{1x} = \vec{p}_{2x}, \text{ или } (m_1\vec{v}_1)_x + (m_2\vec{v}_2)_x = 0.$$

Если спроецировать векторные величины на ось OX, получим:

$$-m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos\alpha = 0.$$

Откуда скорость лодки после прыжка человека

$$v_1 = \frac{m_2 v_2 \cos\alpha}{m_1}.$$

Для определения расстояния, на которое переместится лодка после прыжка, рассмотрим физическую систему «лодка после прыжка».

Выделенная физическая система является незамкнутой, поскольку взаимодействует с материальными объектами, не включенными в нее. Если не учитывать взаимодействие лодки с воздухом, то на нее действуют: сила тяжести $m_1\vec{g}$, обусловленная взаимодействием с гравитационным полем Земли; сила сопротивления $\vec{F}_c$ и выталкивающая сила $\vec{F}_в$, обусловленные взаимодействием с водой. Любая незамкнутая система может быть описана законами кинематики, динамики и теоремой об изменении кинетической энергии.

Используем законы кинематики и динамики. Силы, действующие на лодку во время движения, постоянные, поэтому она будет двигаться прямолинейно с постоянным ускорением. Таким образом,

$$\begin{cases} m\vec{g} + \vec{F}_в + \vec{F}_c = m\vec{a}, \\ \vec{s} = \vec{v}_1 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}, \\ \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{a}t. \end{cases}$$

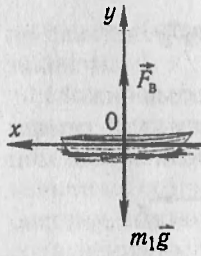

Рис. 1.18

Силы, действующие на лодку, и кинематические величины, характеризующие ее движение, изображены на рис. 1.18.

Начало координат возьмем в той точке на поверхности воды, где находится лодка в момент прыжка, ось OX направим по движению лодки, ось OY — вертикально вверх. При таком выборе системы координат начальная координата лодки равна нулю, а конечная координата l.

Поэтому, если спроецировать векторные величины на оси координат, с учетом того, что конечная скорость лодки $v = 0$, получим:

$$\begin{cases} m_1 a = F_c, \\ 0 = F_в - m_1 g, \\ l = v_1 t - \dfrac{at^2}{2}, \\ 0 = v_1 - at. \end{cases}$$

Откуда $l = \dfrac{m_1 v_1^2}{2F_c}$. Если подставить в последнюю формулу значение v_1, окончательно получим: $l = \dfrac{m_2^2 v_2^2 \cos^2\alpha}{2m_1 F_c}$. К этому результату можно придти, если использовать теорему об изменении кинетической энергии рассматриваемой физической системы. В соответствии с этой теоремой изменение кинетической энергии лодки равно работе всех внешних сил, действующих на нее. Поскольку сила тяжести и выталкивающая сила, действующие на лодку, направлены перпендикулярно к перемещению, то работа этих сил равна нулю. Поэтому изменение кинетической энергии лодки равно работе силы сопротивления, т. е.

$$\Delta E_к = A_c;\ \Delta E_к = E_2 - E_1 = 0 - \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

$A_c = F_c l \cos 180° = -F_c l$, откуда $l = \dfrac{m_1 v_1^2}{2F_c}$ или окончательно

$$l = \frac{m_2^2 v_2^2 \cos^2\alpha}{2m_1 F_c}.$$

В обоих случаях ответ получился одинаковым, т. е. решение является правильным.

Численно: $l = 11$ м.

Пример 3. К лежащему на горизонтальной плоскости бруску массой 12 кг прикреплена пружина жесткостью 300 Н/м. Коэффициент трения между бруском и плоскостью 0,40. К свободному концу пружины приложена сила под углом 30° к горизонту, под действием которой брусок равномерно перемещается на расстояние 4,0 м. Определите работу, выполненную силой.

Решение. Систему отсчета свяжем с плоскостью, по которой движется брусок, и будем считать ее инерциальной.

В качестве физической системы рассмотрим брусок и примем его за материальную точку. На брусок действуют: сила упругости пружины $F_{упр}$, численно равная силе $\vec{F}$, приложенной к ней; сила тяжести $m\vec{g}$; сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$, обусловленные взаимодействием бруска с пружиной, гравитационным полем Земли и плоскостью (рис. 1.19).

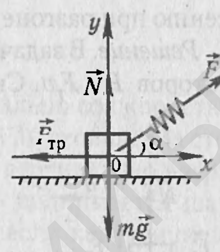

Рис. 1.19

Сила, приложенная к пружине, вызывает движение бруска и упругую деформацию пружины, поэтому работа этой силы $A = Fs\cos\alpha + \frac{kx^2}{2}$. Таким образом, решение задачи сводится к нахождению силы, которая выполняет работу Перемещение бруска под действием приложенной силы известно. Угол между силой и перемещением также известен. Для определения силы упругости пружины используем второй закон динамики, согласно которому $m\vec{a} = \vec{F}_{упр} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N}$, или в скалярной форме

$$\begin{cases} ma = F_{упр}\cos\alpha - F_{тр}, \\ 0 = F_{упр}\sin\alpha + N - mg. \end{cases}$$

Если учесть, что по условию задачи $a = 0$ и, кроме того, $F_{тр} = \mu N$, а $F_{упр} = F$, получим:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

По закону Гука $F_{упр} = kx$, откуда $x = \frac{F_{упр}}{k}$, т. е.

$$x = \frac{\mu mg}{k(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}.$$

Если подставить значения силы и абсолютного удлинения пружины в формулу работы, получим:

$$A = \frac{\mu mg\left(2s\cos^2\alpha + \mu s\sin 2\alpha + \frac{\mu mg}{k}\right)}{2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2}.$$

Численно: $A = 0{,}16$ кДж.

Пример 4. Определите мощность моторов самолета массой 1000 кг при взлете, если его скорость в момент отрыва от Земли равна 25 м/с, длина взлетной полосы 100 м, а коэффициент сопротивления движению при разгоне равен 0,020.

Решение. В задаче необходимо определить мгновенную мощность моторов $P = F_т v$. Скорость самолета в момент взлета известна, поэтому решение задачи сводится к определению силы тяги. На самолет при разгоне действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, обусловленная его взаимодействием с гравитационным полем Земли; сила реакции N взлетной полосы; сила тяги и сила сопротивления, обусловленные взаимодействием со взлетной полосой и с воздухом (рис. 1.20).

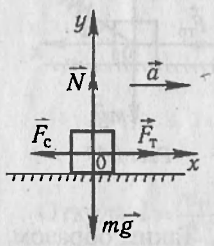

Рис. 1.20

Выталкивающую силу, действующую на самолет со стороны воздуха, учитывать не будем. Силу сопротивления при разгоне самолета считаем постоянной, взлетную полосу горизонтальной.

Поскольку действующие на самолет во время разгона силы постоянные, то его движение является равноускоренным. Кроме того, по условию задачи, начальная скорость самолета равна нулю.

Поэтому математическая модель задачи имеет вид:

$$\begin{cases} m\vec{a} = \vec{F}_т + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_c, \\ \vec{s} = \dfrac{\vec{a}t^2}{2}, \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t, \\ P = F_т v. \end{cases}$$

Если спроецировать векторные величины на оси координат, получим:

$$\begin{cases} ma = F_т - F_c, & v = at, \\ 0 = N - mg, & P = F_т v. \\ x = \dfrac{at^2}{2}, & \end{cases}$$

Последняя система уравнений является неполной, т. к. содержит шесть неизвестных. С учетом того, что $F_c = \mu N$ и в момент отрыва от взлетной полосы (при $t = t_1$) $x = x_1 = l = 100$ м, получаем:

$$\begin{cases} ma = F_т - F_с, & v = at_1, \\ N - mg = 0, & F_с = \mu N, \\ l = \dfrac{at_1^2}{2}, & P = F_т v. \end{cases}$$

Из последней системы уравнений следует, что мощность моторов самолета в момент взлета

$$P = mv\left(\frac{v^2}{2l} + \mu g\right).$$

Численно: $P = 83$ кВт.

Пример 5. Шар массой m, летящий горизонтально со скоростью v_0, сталкивается с неподвижной призмой массой M, стоящей на столе, и после абсолютно упругого удара движется вертикально вверх. Определите максимальную высоту, на которую поднимается шар, и расстояние, на которое переместится призма, если коэффициент трения между ней и поверхностью стола равен μ.

Решение. Систему отсчета свяжем с поверхностью Земли и будем считать ее инерциальной. Начало координат выберем в точке столкновения. Ось OX направим горизонтально, ось OY — вертикально вверх.

Высоту поднятия шара и перемещение призмы можно определить, если известны их скорости v_1 и v_2 в конце столкновения.

Для определения этих скоростей рассмотрим физическую систему «шар–призма». Можно выделить два состояния этой системы: начало и конец столкновения. Будем считать, что при столкновении взаимодействия шара с призмой и призмы с поверхностью стола происходят мгновенно и одновременно. Фактически это означает, что мы будем рассматривать столкновение шара с системой «призма — поверхность стола». Отметим, что допущение об одновременности и мгновенности взаимодействия выполняется, если жесткость материала призмы больше или сравнима с жесткостью материала шара, а их размеры также сравнимы между собой.

Поскольку выделенная физическая система взаимодействует с материальными объектами, не входящими в нее, то она является незамкнутой. Если не учитывать взаимодействие с воздухом, то по горизонтали на физическую систему внешние силы не действуют.

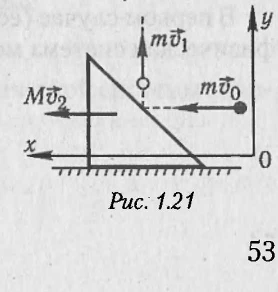

Рис. 1.21

Поэтому проекция полного импульса системы на это направление сохраняется, т. е. $(\vec{p}_1)_x = (\vec{p}_2)_x$ (рис. 1.21), где $\vec{p}_1 = m\vec{v}_0$, $\vec{p}_2 = m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2$.

Если спроецировать векторные величины на ось OX, получим: $mv_0 = Mv_2$.

По условию задачи рассматриваемая система консервативная, поэтому при переходе из начального состояния в конечное в ней выполняется закон сохранения механической энергии, согласно которому $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}$. Таким образом система «шар–призма» математически описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} mv_0^2 = mv_1^2 + Mv_2^2, \\ mv_0 = Mv_2. \end{cases}$$

Решение этой системы дает: $v_1 = v_0\sqrt{1 - \frac{m}{M}}$, $v_2 = \frac{m}{M}v_0$, где v_1 — скорость шара, v_2 — скорость призмы сразу после столкновения.

Для определения максимальной высоты, на которую поднимется шар, рассмотрим физическую систему «шар после удара — гравитационное поле Земли». Можно выделить два состояния этой системы: начальное — непосредственно после столкновения и конечное — в момент времени, когда шар достиг максимальной высоты. Если не учитывать взаимодействие шара с воздухом, то рассматриваемая физическая система является замкнутой и консервативной и может быть описана законом сохранения механической энергии.

Если нулевой уровень потенциальной энергии системы выбрать на горизонтали, проходящей через точку столкновения, то начальная энергия системы $E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + 0$. В конечном состоянии $E_2 = mgh + 0$. Таким образом, $mgh = \frac{mv_1^2}{2}$. Следовательно, $h = \frac{v_1^2}{2g}$ или окончательно $h = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{m}{M}\right)$. Заметим, что полученная формула является решением задачи при условии, если $\frac{m}{M} < 1$.

Если в физическую систему включить только «шар после удара», то получим незамкнутую физическую систему, которая может быть описана законами кинематики и динамики или теоремой об изменении кинетической энергии.

В первом случае (если не учитывать взаимодействие с воздухом) физическая система может быть описана следующими законами:

$$\begin{cases} m\bar{a} = m\bar{g}, \\ \bar{s} = \bar{v}_1 t + \frac{\bar{g}t^2}{2}, \\ \bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{g}t. \end{cases}$$

Если перейти к скалярной форме и учесть, что в верхней точке скорость шара равна нулю, получим, что максимальная высота подъятия шара $h = \frac{v_1^2}{2g}$.

При использовании энергетического подхода $\Delta E_к = A$, где A — работа силы тяжести.

$$\Delta E_к = E_2 - E_1 = 0 - \frac{mv_1^2}{2};\ A = mgh\cos 180° = -mgh,$$

откуда

$$h = \frac{v_1^2}{2g}.$$

Таким образом, независимо от выбора физической системы и законов, описывающих ее, получается одно и то же выражение для максимальной высоты подъема шара, хотя физическое обоснование решения в этих случаях разное. Это свидетельствует о том, что высота, на которую поднялся шар после столкновения, найдена правильно.

Для определения перемещения призмы рассмотрим физическую систему «призма после столкновения». Можно выделить два состояния этой системы: начальное — непосредственно после столкновения и конечное — в момент остановки призмы.

Выделенная физическая система является незамкнутой, т. к. на нее действуют: сила тяжести $M\vec{g}$, обусловленная взаимодействием с гравитационным полем Земли, сила реакции $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$, обусловленные взаимодействием с поверхностью стола (взаимодействие призмы с воздухом не учитываем).

Таким образом, при кинематико-динамическом подходе система может быть описана следующими законами:

$$\begin{cases} M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N}, \\ \vec{s} = \vec{v}_2 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}, \\ \vec{v} = \vec{v}_2 + \vec{a}t. \end{cases}$$

Если перейти к скалярной форме и учесть, что $F_{тр} = \mu N$, а скорость призмы в конце движения $v = 0$, получим $l = \frac{v_2^2}{2\mu g}$ или окончательно $l = \frac{m^2 v_0^2}{2M^2 \mu g}$.

Если использовать для описания этой физической системы энергетический подход, то

$$\Delta E_к = A_0;\ \Delta E_к = 0 - \frac{Mv_2^2}{2}.$$

Работы силы тяжести и силы реакции равны нулю, поэтому работа внешних сил $A = A_{тр} = F_{тр} l \cos 180° = -\mu M g l$. С учетом того, что $v_2 = \frac{m}{M} v_0$, получим:

$$l = \frac{m v_2^2}{2M\mu g} = \frac{m^2 v_0^2}{2M^2 \mu g}.$$

Совпадение результатов свидетельствует о правильности решения задачи.

Пример 6. В деревянный брусок массой $M = 1$ кг, лежащий на горизонтальной плоскости, попадает пуля массой $m = 10$ г, которая летела горизонтально со скоростью $v_0 = 1$ км/с. Пробив брусок, пуля продолжает движение в том же направлении со скоростью $v = 500$ м/с. На какое расстояние переместится брусок, если коэффициент трения между ним и плоскостью равен $\mu = 0,2$?

Решение. Рассмотрим физическую систему, в которую входят пуля и брусок. Физическая система «брусок — пуля» является незамкнутой. Однако в горизонтальном направлении внешние силы на нее не действуют. Поэтому для установления связи между параметрами начального и промежуточного состояния системы можно использовать закон сохранения импульса (поскольку импульсы всех тел системы направлены горизонтально). Начальный импульс системы $p_1 = m\bar{v}_0$, конечный импульс — $p_2 = mv + M\bar{v}_1$, где $\bar{v}_1$ — скорость бруска сразу после столкновения (рис. 1.22).

Согласно закону сохранения импульса, $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$ или $m\bar{v}_0 = m\bar{v} + M\bar{v}_1$. Начало координат выберем в точке, совпадающей с центром масс бруска. Ось OX направим по движению. Будем считать, что во время движения пули внутри бруска он неподвижен и начинает двигаться в момент вылета пули.

Если перейти к скалярной форме, получим: $mv_0 = Mv_1 + mv$.

Откуда $v_1 = \frac{m(v_0 - v)}{M}$. Для определения перемещения бруска после столкновения с пулей рассмотрим физическую систему «брусок после столкновения». Выделенная физическая система является незамкнутой и может быть описана законами кинематики и динамики, а также теоремой об изменении кинетической энергии. Можно выделить два состояния системы: начальное — в момент сразу после

Рис. 1.22

вылета пули и конечное — в момент остановки бруска. Тогда изменение кинетической энергии бруска равно работе силы трения, т. к. работы силы тяжести и силы реакции плоскости равны нулю, т. е.

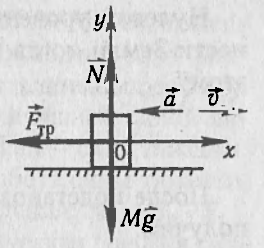

Рис. 1.23

$$\Delta E_к = A_{тр};$$

где $\Delta E_к = 0 - \frac{Mv_1^2}{2}$; $A_{тр} = F_{тр} l \cos 180° = -F_{тр} l$.

Для нахождения силы трения используем второй закон Ньютона $M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ (рис. 1.23).

Если спроецировать векторные величины на ось OY, получим: $N - Mg = 0$. Отсюда $N = Mg$.

Сила трения $F_{тр} = \mu N$, поэтому $F_{тр} = \mu Mg$. Таким образом, работа силы трения $A_{тр} = -\mu Mgl$, т. е. $\frac{Mv_1^2}{2} = \mu Mgl$.

Отсюда $l = \frac{v_1^2}{2\mu g}$.

Подставив значение v_1, получим окончательно:

$$l = \frac{m^2 (v_0 - v)^2}{2M^2 \mu g}.$$

Численно: $l = 6$ м.

Пример 7. Определите мощность двигателя, приводящего в движение транспортер, который за сутки поднимает 2,0 кт железной руды с поверхности Земли на высоту 5,0 м, если КПД транспортера равен 63%.

Решение. Мощность P_2, которую развивает двигатель, является в данном случае полной, или подводимой. По определению $\eta = \frac{P_1}{P_2}$, где P_1 — полезная мощность. Поэтому $P_2 = \frac{P_1}{\eta}$. Полезную мощность транспортера можно определить по формуле $P_1 = \frac{A}{t}$, где A — выполняемая работа по поднятию руды на высоту 5 м.

Для подсчета работы рассмотрим физическую систему «руда — Земля». Эта система является консервативной, поэтому работа внешних сил (они обусловлены взаимодействием руды с лентой транспортера) равна изменению полной механической энергии этой системы, т. е. $A = \Delta E$.

Нулевой уровень потенциальной энергии выберем на поверхности Земли, тогда $E_1 = 0$, $E_2 = mgh$. Таким образом, $\Delta E = mgh$. Поэтому

$$A = mgh, \quad P_1 = \frac{mgh}{t}; \quad P_2 = \frac{mgh}{\eta t}.$$

После подстановки в последнюю формулу числовых значений получим:

$$P_2 = 1{,}8 \text{ кВт}.$$

Пример 8. Тело массой 1,0 кг бросили вертикально вниз с высоты 40 м с начальной скоростью 10 м/с. Определите среднее значение силы сопротивления воздуха при движении тела, если его скорость в момент падения на поверхность Земли 20 м/с.

Решение. Для решения задачи рассмотрим физическую систему «тело — гравитационное поле Земли». Тело будем считать материальной точкой, а гравитационное поле Земли — однородным. Выделенная система является незамкнутой, т. к. во время движения тело взаимодействует с воздухом. Если не учитывать выталкивающую силу, действующую на тело со стороны воздуха, то изменение полной механической энергии системы равняется работе силы сопротивления воздуха, т. е. $\Delta E = A_c$.

Нулевой уровень потенциальной энергии выберем на поверхности Земли. Единственной внешней силой в отношении системы «тело — Земля» является сила сопротивления воздуха, направленная вертикально вверх.

Начальная энергия системы $E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh$, конечная энергия системы $E_2 = \frac{mv_2^2}{2}$. Работа силы сопротивления $A_c = F_c h\cos\alpha$. Т. к. угол между силой сопротивления и перемещением равен $180°$, то $\cos\alpha = -1$, поэтому $A = -F_c h$. Таким образом,

$$-F_c h = \frac{mv_2^2}{2} - \left(\frac{mv_1^2}{2} + mgh\right),$$

отсюда

$$F_c = \frac{m\left(2gh + v_1^2 - v_2^2\right)}{2h}.$$

Рассматриваемую незамкнутую физическую систему можно также описать теоремой об изменении кинетической энергии системы взаимодействующих между собой объектов, согласно которой изменение кинетической энергии системы равно работе, совершенной внешними и внутренними силами при ее переходе из начального состояния в конечное. Если не учитывать выталкивающую силу, действующую на тело со стороны воздуха, то внешней силой является сила сопротивления воздуха, а внутренней — сила тяжести. Следовательно $\Delta E_к = A_1 + A_2$, где $A_1 = mgh$ — работа силы тяжести, $A_2 = F_c h \cos 180° = -F_c h$ — работа силы сопротивления; $\Delta E = E_2 - E_1$.

В конечном и начальном состояниях кинетическая энергия системы равна соответственно $E_2 = \frac{mv_2^2}{2}$, $E_1 = \frac{mv_1^2}{2}$. Таким образом, $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = mgh - F_c h$, откуда $F_c = \frac{m(2gh + v_1^2 - v_2^2)}{2h}$, т. е. приходим к тому же результату, что и в первом случае.

Численно: $F = 6{,}3$ Н.

Пример 9. Человек массой 60 кг, стоящий на абсолютно гладкой горизонтальной поверхности льда, бросает камень массой 3,0 кг в горизонтальном направлении с высоты 1,8 м. Камень падает на лед на расстоянии 9,0 м от места бросания. Определите работу, выполненную человеком в момент броска.

Решение. Для решения задачи рассмотрим физическую систему «человек–камень», динамические характеристики которой изображены на рис. 1.24.

Выделенная физическая система является незамкнутой, но по горизонтали на нее не действуют внешние силы, если не принимать во внимание взаимодействие системы с воздухом.

Работа, выполненная человеком в момент броска, равна изменению кинетической энергии физической системы «человек–камень», т. е. $A = \Delta E$.

Нулевой уровень потенциальной энергии камня выбираем на высоте $h = 1{,}8$ м над поверхностью Земли, человека — на высоте его центра масс. Тогда $E_1 = 0$, поскольку камень и человек в момент, непосредственно предшествующий броску, находились в покое.

$E_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$, где v_1 и v_2 — скорости человека и камня в момент непосредственно после броска. Поэтому

$$A = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

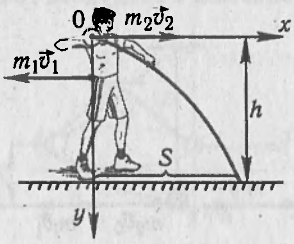

Рис. 1.24

Поскольку в горизонтальном направлении в системе внешние силы не действуют, то проекция полного импульса системы на горизонтальное направление сохраняется, т. е. $m_1 v_1 = m_2 v_2$, отсюда $v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1}$.

Для определения v_2 рассмотрим физическую систему «камень после броска», считая камень материальной точкой. Камень движется по параболе, поэтому его координаты $y = \frac{gt^2}{2}$, $x = v_2 t$. В момент падения на поверхность Земли $y = h$, $x = s$, отсюда

$$v_2 = \frac{s}{t} = s\sqrt{\frac{g}{2h}}, \quad v_1 = \frac{m_2 s}{m_1}\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Если подставить полученные выражения v_1 и v_2 в формулу для работы, получим:

$$A = \frac{m_2 g s^2}{4h}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right).$$

Расчеты дают: $A = 0{,}35$ кДж.

Пример 10. Пуля массой 10 г, летящая горизонтально, попадает в висящий на нити шар массой 3,0 кг и пробивает его по диаметру, при этом шар поднимается на высоту 10 см. Определите скорость пули в момент столкновения с шаром, если ее скорость в момент вылета из него равна 400 м/с.

Решение. Для решения задачи рассмотрим две физические системы: «шар после вылета пули – гравитационное поле Земли» и «шар–пуля».

Шар и пулю будем считать материальными точками. Кроме того, допустим, что столкновение происходит мгновенно, а шар начинает двигаться в момент вылета пули из него. Динамические характеристики выделенных физических систем изображены на рис. 1.25.

Рассмотрим систему «шар – гравитационное поле Земли» после того, как пуля вылетела из шара. Если не учитывать взаимодействие системы с воздухом, то ее можно считать замкнутой и описать законом сохранения механической энергии, согласно которому $E_1 = E_2$. Нулевой уровень потенциальной энергии выбираем на горизонтали, проходящей через центр шара в момент вылета пули. С учетом этого $E_1 = \frac{m_2 v_0^2}{2}$, $E_2 = mgh$, где v_0 – скорость, приобретенная шаром в

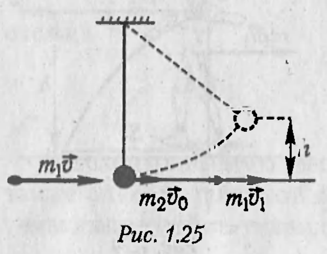

Рис. 1.25

результате взаимодействия с пулей, m_2 — его масса. Таким образом, $v_0 = \sqrt{2gh}$.

Для определения начальной скорости пули рассмотрим систему «пуля — шар». Эта система незамкнутая, т. к. на пулю во время полета действует сила тяжести, направленная вертикально вниз. Поэтому сохраняется только проекция полного импульса системы на горизонтальное направление, т. е. $m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_0$. Откуда

$$v = v_1 + \frac{m_2}{m_1} v_0.$$

Подставив значение v_0, получим окончательно:

$$v = v_1 + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2gh}.$$

Расчеты дают: $v = 0{,}82$ км/с.

Пример 11. Шар массой 100 г, висящий на нити длиной 100 см, раскрутили так, что он начал двигаться по окружности в горизонтальной плоскости. Определите работу раскручивания, если при движении шара нить образует с вертикалью постоянный угол $60{,}0°$.

Решение. Для решения задачи рассмотрим физическую систему «шар–гравитационное поле Земли». Выделенная физическая система является незамкнутой, поэтому работа раскручивания равна изменению механической энергии системы, т.е. $A = \Delta E$. Нулевой уровень потенциальной энергии выбираем на горизонтали, проходящей через центр неподвижного шара (рис. 1.26). Тогда

$$E_1 = 0,\ E_2 = \frac{mv^2}{2} + mgh,$$

где v — скорость движения шара, h — высота поднятия над нулевым уровнем.

Для нахождения скорости шара используем второй закон динамики, согласно которому: $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g}$, или в скалярной форме

$$\begin{cases} ma_n = F\sin\alpha, \\ 0 = F\cos\alpha - mg. \end{cases}$$

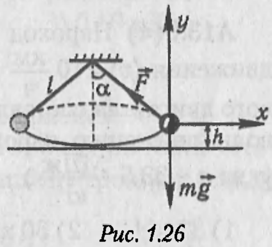

Рис. 1.26

Откуда $a_n = g\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Поскольку $a_n = \frac{v^2}{r}$, то $v^2 = gr\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Из рисунка видно, что $r = l\sin\alpha$

, поэтому $v^2 = gl\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Кроме того, $h = l(1-\cos\alpha) = 2l\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$. Таким образом, работа раскручивания

$$A = mgl\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha + 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right).$$

Численно: $A = 1{,}25$ Дж.

Контрольные тематические тесты

А13.1(1) Если камень брошен вертикально вверх, то зависимость модуля его импульса p от времени при подъеме представлена на графике (рис. 1.27)

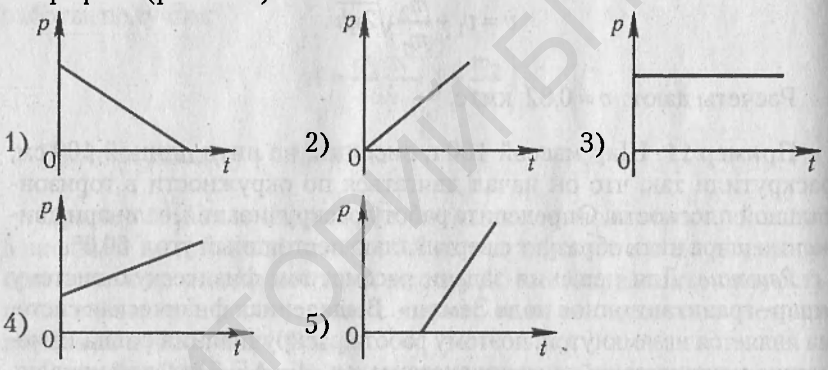

Рис. 1.27

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

А13.2(2) Если тело массой m = 1,0 кг движется равномерно по окружности с линейной скоростью v = 2,0 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$, то изменение модуля его импульса Δp после прохождения четверти окружности равно

1) 2,6 $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$; 2) 2,8 $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$; 3) 3,0 $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$;
4) 3,2 $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$; 5) 3,4 $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

А13.3(4) Пароход в течение трех суток при средней скорости движения $\langle v\rangle = 10\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ израсходовал M = 6,5 т угля. Если КПД судового двигателя составляет η = 10 %, то средняя сила сопротивления воды движению парохода $\langle F\rangle$ равна (Удельная теплота сгорания угля q = 33,5 $\frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$)

1) 32 кН; 2) 30 кН; 3) 28 кН; 4) 26 кН; 5) 24 кН.

А13.4(2) Тело массой m = 10 кг поднимают вертикально с поверхности земли с ускорением $a = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ на высоту h = 20 м. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то совершенная при этом работа равна

1) 2,0 кДж; 2) 2,5 кДж; 3) 3,0 кДж; 4) 3,5 кДж; 5) 4,0 кДж.

А13.5(4) Ящик с песком массой M стоит на горизонтальной плоскости, коэффициент трения с которой равен μ. Если под углом α к вертикали в ящик со скоростью v попадает пуля массой m и почти мгновенно застревает в песке, то ящик, придя в движение после попадания в него пули, остановится через промежуток времени t, равный

1) $t = \dfrac{Bv\sin\alpha}{\mu g(M-m)}$; 2) $t = \dfrac{mv\cos\alpha}{\mu g(M+m)}$; 3) $t = \dfrac{mv\,tg\alpha}{\mu g(M-m)}$;

4) $t = \dfrac{mv\sin\alpha}{\mu g(M+m)}$; 5) $t = \dfrac{mv\,tg\alpha}{\mu g(M+m)}$.

А13.6(2) Если самолет массой m = 3000 кг за время подъема t = = 60 с достигает высоты h = 1,0 км, то мощность двигателей самолета равна

1) 1,1 МВт; 2) 1,0 МВт; 3) 0,75 МВт;

4) 0,50 МВт; 5) 0,25 МВт.

А13.7(1) Кинетическая энергия поступательно движущегося тела, имеющего массу m и импульс p, равна

1) $E = \dfrac{p^2}{\sqrt{2m}}$; 2) $E = \dfrac{2p^2}{m}$; 3) $E = \dfrac{p^2}{4m}$;

4) $E = \dfrac{p^2}{m}$; 5) $E = \dfrac{p^2}{2m}$.

А13.8(3) Если между двумя свинцовыми шарами массами m_1 = = 1,0 кг и m_2 = 2,0 кг, движущимися навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $v_2 = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, происходит неупругий центральный удар, то количество теплоты, выделившееся при ударе, равно

1) 0,15 кДж; 2) 0,17 кДж; 3) 0,19 кДж;

4) 0,20 кДж; 5) 0,22 кДж.

А13.9(5) Если с горы высотой h = 2 м и основанием b = 5 м съезжают санки, которые затем останавливаются, пройдя по горизонтали путь l = 35 м от основания горы, то коэффициент трения μ между санками и снегом равен

1) 0,06; 2) 0,05; 3) 0,04; 4) 0,03; 5) 0,02.

A13.10(3) Если кинетическая энергия тела массой $m = 2{,}0$ кг в некоторый момент времени равна $E = 25$ Дж, то модуль его импульса p в этот момент равен

1) $8{,}0\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$; 2) $9{,}0\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$; 3) $10\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$;
4) $11\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$; 5) $12\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

A13.11(1) Мощность постоянной силы F, под действием которой тело приобретает скорость v под углом α к направлению действия силы, определяется формулой

1) $N = \frac{1}{2}Fv\cos\alpha$; 2) $N = \frac{Fv}{\sin\alpha}$; 3) $N = Fv\cos\alpha$;
4) $N = \frac{Fv}{\cos\alpha}$; 5) $N = Fv\sin\alpha$.

A13.12(3) Молот массой $m = 100$ кг падает на наковальню с высоты $h = 1{,}5$ м. Если длительность удара $\Delta t = 50$ мс, то средняя сила удара молота о наковальню равна

1) 17 кН; 2) 15 кН; 3) 13 кН; 4) 11 кН; 5) 9,0 кН.

A13.13(4) После выстрела из орудия снаряд разрывается на два одинаковых осколка в наивысшей точке своей траектории на расстоянии l (по горизонтали) от орудия. Один из осколков полетел в обратном направлении с той же скоростью, с которой летел снаряд до разрыва. Если не учитывать силу сопротивления воздуха, то второй осколок упадет от орудия на расстоянии S, равном

1) $4l$; 2) $3l$; 3) $2{,}5l$; 4) $2l$; 5) $1{,}5l$.

A13.14(2) Если зависимость модуля силы упругости F от растяжения x пружины изображена на рис. 1.28, то потенциальная энергия пружины, растянутой на 40,0 мм, равна

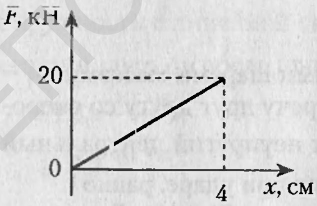

Рис. 1.28

1) 80,0 кДж;
2) 40,0 кДж;
3) 800 Дж;
4) 600 Дж;
5) 400 Дж.

A13.15(4) Автомобиль массой $m = 2000$ кг трогается с места и идет в гору, уклон которой составляет 100 см на каждые 50 м пути. Пройдя расстояние $S = 100$ м, он развивает скорость $v = 32{,}4\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Если коэффициент трения автомобиля с дорогой $\mu = 0{,}050$, то развиваемая автомобилем средняя мощность равна

1) 6,9 кВт; 2) 7,1 кВт; 3) 7,8 кВт; 4) 8,5 кВт; 5) 9,9 кВт.

А13.16(3) Если при растяжении пружины на $\Delta l = 4$ мм совершается работа $A = 0{,}02$ Дж, то работа, которую необходимо совершить для растяжения этой пружины на $\Delta l_1 = 4$ см, равна

1) 2 Дж; 2) 3 Дж; 3) 4 Дж; 4) 5 Дж; 5) 6 Дж.

А13.17(2) Если скорость вагона, имеющего массу $m = 60$ т, изменится от $v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, то совершенная при этом работа равна

1) 10 МДж; 2) 11 МДж; 3) 12 МДж; 4) 13 МДж; 5) 14 МДж.

А13.18(3) Если камень брошен под углом $\alpha = 60°$ к горизонту, то отношение его кинетической энергии в точке бросания к кинетической энергии в верхней точке траектории равно

1) 2,2; 2) 3,0; 3) 3,5; 4) 4,0; 5) 5,0.

А13.19(2) Если не учитывать силы трения, то при перемещении тела под действием силы, модуль которой $F = 20{,}0$ Н, направленной под углом $\alpha = 60°$ к горизонту, на расстояние $S = 10{,}0$ м совершается работа, равная

1) 80,0 Дж; 2) 85,0 Дж; 3) 95,0 Дж; 4) 100 Дж; 5) 110 Дж.

А13.20(4) Если частица массой m, движущаяся со скоростью v, налетает на покоящуюся частицу массой $\frac{m}{2}$ и после упругого удара отскакивает от нее под углом $\alpha = 30°$ к направлению своего первоначального движения, то вторая частица начнет двигаться со скоростью v_2, равной

1) $1{,}18v$; 2) $1{,}16v$; 3) $1{,}15v$; 4) $1{,}14v$; 5) $1{,}13v$.

А13.21(3) Жесткость пружины буфера вагона массой 20 т равна $k = 2\ \frac{\text{кН}}{\text{м}}$. Если при ударе вагона его буфер сжался на $l = 10$ см, то вагон двигался со скоростью

1) $2{,}8\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; 2) $3{,}2\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; 3) $4{,}4\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; 4) $6{,}1\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; 5) $7{,}8\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

А13.22(2) Кран поднимает груз с постоянной скоростью $v = 50{,}0\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Если мощность крана $P = 1{,}50$ кВт, то он может поднять груз, максимальная масса m которого равна

1) 270 кг; 2) 280 кг; 3) 285 кг; 4) 290 кг; 5) 300 кг.

А13.23(3) Необходимо выкопать колодец глубиной $h = 20{,}0$ м. Если грунт, который выкапывают, рассыпается тонким слоем по поверхности Земли, то выполненная работа будет составлять $\frac{1}{3}$ часть полной работы при достижении глубины, равной

1) 11,8 м; 2) 11,6 м; 3) 11,4 м; 4) 11,2 м; 5) 11,0 м.