B22.5(5) При адиабатическом сжатии одноатомного идеального газа, начальный объем которого $V_1 = 2000$ см^3, а давление $p_1 = 95{,}0$ кПа, совершена работа $A = 50{,}0$ Дж. Если начальная температура газа $t_1 = 50{,}0$ °С, то его конечная температура T_2 равна ... К.

B22.6(2) Если абсолютная температура нагревателя идеального теплового двигателя в 2 раза выше абсолютной температуры его холодильника и нагреватель передал газу количество теплоты $Q = 120$ кДж, то работа, совершенная двигателем, равна ... кДж.

B22.7(2) Если в результате кругового процесса газ совершил работу $A = 5{,}0$ кДж и передал холодильнику количество теплоты $Q = 20$ кДж, то КПД η этого процесса равен ... %.

B22.8(3) Идеальный газ совершает цикл Карно. Если газ получил от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 5{,}50$ кДж и совершил работу $A = 1{,}10$ кДж, то отношение температуры нагревателя к температуре холодильника этого двигателя равно

§ 2.3. СВОЙСТВА ПАРОВ. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Краткий теоретический материал

Парообразование, происходящее с открытой поверхности жидкости при любой температуре, называется испарением, а испарение твердых тел — возгонкой или сублимацией. Паром называют газообразную форму веществ, существующих при обычной температуре и давлении в жидком состоянии. Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называют *насыщенным*. Он характерен тем, что его плотность имеет наибольшее значение при данной температуре жидкости. Пар, плотность которого меньше плотности насыщенного пара, называют *ненасыщенным*. Ненасыщенный пар можно перевести в насыщенный путем понижения его температуры или уменьшения объема. Температура, при которой пар становится насыщенным в результате изобарического охлаждения, называется *точкой росы*.

Ненасыщенный пар подчиняется всем основным законам идеальных газов. Насыщенный пар, в отличие от ненасыщенного, не подчиняется законам идеального газа. Так, давление насыщенного пара не зависит от объема, но зависит от температуры. Эта зависимость устанавливается на основе экспериментального изучения зависимости давления насыщенного водяного пара от температуры и оформляется в виде таблиц, по которым можно определить это давление при разных температурах.

Параметры состояния насыщенного пара связаны между собой уравнением Клапейрона-Менделеева.

Парообразование, происходящее во всем объеме жидкости, называется кипением. Кипение возникает при температуре, когда давление насыщенного пара жидкости равно наружному давлению на свободную поверхность жидкости.

По мере возрастания давления насыщенного пара при увеличении температуры растет также его плотность. Плотность жидкости, находящейся в равновесии со своим паром, наоборот, уменьшается вследствие теплового расширения жидкости. При температуре, называемой *критической,* плотность пара становится равной плотности жидкости.

Парциальное давление водяного пара, находящегося в воздухе при данной температуре, называется *абсолютной влажностью или упругостью водяного пара.* Поскольку давление пара пропорционально концентрации молекул, можно определить абсолютную влажность как плотность водяного пара, который находится в воздухе при данной температуре.

Относительной влажностью φ *называется отношение упругости p (плотности* ρ *) водяного пара, находящегося в воздухе при данной температуре, к упругости* p_H *(плотности* ρ_H *) водяного пара, насыщающего воздух при той же температуре, выраженное в процентах:* $\varphi = \frac{p}{p_H}100\%$ или $\varphi = \frac{\rho}{\rho_H}100\%$.

Таким образом, относительная влажность характеризует степень насыщения воздуха водяным паром.

Если молекула находится внутри жидкости и удалена от ее поверхности на расстояние, превышающее *радиус сферы молекулярного действия,* силы притяжения, действующие на некоторую выделенную молекулу, в среднем уравновешиваются. Если же молекула находится в поверхностном слое, толщина которого не превосходит радиуса сферы молекулярного действия, то возникает равнодействующая сила, направленная внутрь жидкости. В результате в поверхностном слое появляются силы притяжения между молекулами, действующие вдоль поверхности жидкости. Эти силы называются *силами поверхностного натяжения. Поверхностное натяжение* σ численно равно отношению модуля F силы поверхностного натяжения, действующей на границу поверхностного слоя длиной l, к этой длине:

$$\sigma = \frac{F}{l}.$$

С возрастанием температуры σ уменьшается и обращается в нуль при критической температуре.

Силами взаимодействия молекул жидкости с молекулами твердых тел объясняется явление смачивания и несмачивания. С этим явлением связан подъем жидкости в *капиллярах*. Высота поднятия смачивающей жидкости в капилляре

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r},$$

где θ — *угол смачивания (краевой угол)*; ρ — плотность жидкости; r — радиус капилляра.

Жидкость, которая не смачивает стенки капилляра, опускается ниже уровня жидкости в широком сосуде. Для полного смачивания $\theta = 0$, для полного несмачивания $\theta = 180°$.

Указания по выполнению заданий

Свойства ненасыщенных паров и газов одинаковы. Поэтому методика решения задач, в которых идет речь о ненасыщенных парах, та же, что и для газов. При решении задач, в условиях которых рассматриваются насыщенные пары, необходимо учитывать некоторые особенности, связанные со свойствами этих паров. При изотермическом сжатии пара его плотность и давление будут возрастать лишь до тех пор, пока пар не станет насыщенным. При дальнейшем уменьшении объема пар начнет конденсироваться, превращаясь в жидкость. Поэтому, решая задачу о паре, находящемся в состоянии, близком к насыщению, необходимо выяснить, является ли пар насыщенным или нет (а следовательно, постоянна ли его масса при изменении состояния или нет). Применяя к описанию состояния насыщенного пара уравнение Клапейрона—Менделеева, надо помнить, что масса пара, входящая в это уравнение, зависит от температуры и для двух различных состояний не может быть одинакова. Во избежание ошибки, полученные из уравнения состояния значения давления и плотности насыщенного пара при данной температуре следует сравнивать с табличными данными. Правильными будут лишь те результаты, которые не превосходят табличных данных. Значения давления и плотности насыщенного пара при заданной температуре определяются из таблиц.

В задачах на поверхностное натяжение рассматриваются явления в поверхностном слое жидкости. Эти явления специфичны, поэтому при решении задач следует обратить внимание на физическое истолкование особенностей нахождения молекул в поверхностном слое и внутри жидкости, различие их концентраций, сил взаимодействия, расстояний между ними. При расчетах сил поверхностного натяжения следует учитывать, что они действуют вдоль любого контура, ограничивающего участок поверхности раздела жидкости. При этом сила поверхностного натяжения, приложенная к каждому элементу контура, направлена касательно к поверхности по внутренней нормали к элементу контура.

Во многих задачах, связанных с поверхностным натяжением, рассматриваются мыльные пленки. В этих случаях необходимо учитывать, что пленка имеет две поверхности — наружную и внутреннюю, вдоль каждой из которых действуют силы поверхностного натяжения. При решении задач на нахождение поверхностного натяжения (или других связанных с ним величин) методом отрыва капель диаметр шейки капли определяется исходя из условия равновесия в момент отрыва силы тяжести и результирующей сил поверхностного натяжения жидкости.

В процессе решения задач следует обратить внимание на энергетический подход к рассмотрению явления поверхностного натяжения. При этом подходе σ определяется работой, которую необходимо затратить, чтобы изотермически увеличить поверхность жидкости на единицу площади при сохранении неизменным объема:

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}.$$

Примеры решения типовых задач

Пример 1. В комнате объемом 200 м^3 при температуре 20 °С относительная влажность воздуха равна 60%. Определите массу водяного пара в комнате, если давление насыщенного водяного пара при этой температуре равно 2,33 кПа.

Решение. Массу водяного пара в комнате можно определить из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \frac{m}{M}RT$. Температура, объем и молярная масса пара известны. Для определения давления водяного пара используем формулу относительной влажности $\varphi = \frac{p}{p_н}$, из которой $p = \varphi p_н$.

Если подставить значение давления в уравнение Клапейрона-Менделеева, получим $\varphi p_н V = \frac{m}{M}RT$, откуда масса пара $m = \frac{\varphi p_н VM}{RT}$.

Численно: $m = 2{,}1$ кг.

Пример 2. В запаянной с одного конца горизонтальной трубке находится воздух с относительной влажностью 60 %, отделенный от атмосферы столбиком ртути длиной 38 мм. Какой станет относительная влажность воздуха, если трубку поставить вертикально открытым концом вверх? Атмосферное давление нормальное.

Решение. Будем считать, что температура воздуха в трубке в начальном и конечном состояниях одинаковая. По условию задачи масса водяного пара m_1 и масса сухого воздуха m_2 в трубке также не изменяются. Относительная влажность воздуха в начальном и конечном состояниях $\varphi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_н}$, $\varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_н}$, где ρ_1 и ρ_2 — плотности водяного пара в начальном и конечном состояниях, $\rho_н$ — плотность насыщенного водяного пара. Таким образом, $\varphi_2 = \frac{\rho_2\varphi_1}{\rho_1}$.

Поскольку водяной пар, находящийся в трубке, является ненасыщенным, то он подчиняется законам идеального газа. По закону Дальтона давление влажного воздуха в трубке равно сумме порциальных давлений водяного пара p_1 и сухого воздуха p_2, которые можно найти из уравнения Клапейрона-Менделеева.

В начальном состоянии трубка размещена горизонтально, поэтому $p_1 + p_2 = p_0$, где p_0 — атмосферное давление. С учетом уравнения Клапейрона-Менделеева, получим: $p_0 = \frac{RT}{V_1}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)$, где V_1 — начальный объем влажного воздуха в трубке, M_1 и M_2 — молярные массы пара и воздуха соответственно.

В конечном состоянии трубка вертикальная, поэтому конечное давление в трубке $p_1' + p_2' = p_0 + \rho gh$, где ρ — плотность ртути. Таким образом, $p_0 + \rho gh = \frac{RT}{V_2}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)$. Откуда $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0}$, где V_2 — конечный объем влажного воздуха. Поскольку $\rho_1 = \frac{m_1}{M_1}$, $\rho_2 = \frac{m_2}{M_2}$, то $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0}$.

Если подставить отношение плотностей в формулу для φ_2, получим:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1(p_0 + \rho gh)}{p_0}.$$

Численно: $\varphi_2 = 0{,}63$.

Пример 3. Пространство в цилиндре под поршнем объемом $V_1 = 1{,}50$ м^3 занимает смесь азота и насыщенных водяных паров при температуре T = 301 К. Масса смеси $m = 300$ г. Какая масса паров сконденсируется при изотермическом уменьшении объема в n раз ($n = 2$)? Каково было давление p_1 смеси до сжатия?

Решение. Будем считать, что смесь азота и водяных паров занимает после сжатия весь объем цилиндра. Действительно, если бы в цилиндре были только одни водяные пары и все они при уменьшении объема сконденсировались, то занятый ими объем $\left(V = \dfrac{m}{\rho} = 3 \cdot 10^{-7}\ \text{м}^3\right)$ был бы ничтожно мал по сравнению с оставшимся после сжатия объемом $\left(V_2 = \dfrac{V}{n} = 0{,}75\ \text{м}^3\right)$. В соответствии с законом Дальтона давление в цилиндре равно сумме парциальных давлений азота и водяных паров. При изотермическом сжатии парциальное давление водяных паров p_1 не изменится. Находим его из таблиц ($p_н = 3{,}79$ кПа). Применив уравнение Клапейрона-Менделеева к состояниям насыщенного пара, находим его массу m_1 до сжатия и массу m_2 после сжатия:

$$m_1 = \frac{p_н V_1 M_1}{RT};\ m_2 = \frac{p_н V_2 M_1}{RT} = \frac{p_н V_1 M_1}{nRT},$$

где M_1 — молярная масса водяного пара.

Масса сконденсированного пара

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{p_н V_1 M_1 (n-1)}{nRT} = 0{,}02\ \text{кг}.$$

Масса азота в цилиндре

$$m' = m - m_1 = \frac{mRT - p_н V_1 M_1}{RT}.$$

Парциальное давление азота до сжатия найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$p_1 = \frac{m'RT}{M_2 V_1} - \frac{mRT - p_н V_1 M_1}{M_2 V_1} = 15{,}4\ \text{кПа},$$

где M_2 — молярная масса азота.

Давление смеси до сжатия $p = p_н + p_1 \approx 19{,}2$ кПа.

Пример 4. В теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем площадью $S = 50\ \text{см}^2$ находятся 2,0 г насыщенного водяного пара. В сосуд вводят $m = 2{,}0$ г воды при температуре $T = 293$ К. На сколько опустится поршень? Атмосферное давление $p_0 = 1013$ гПа. Теплоемкостью цилиндра пренебречь.

Решение. Насыщенный водяной пар имеет температуру $T_0 = 373$ К, так как он находится под нормальным атмосферным давлением.

Введенная в цилиндр вода нагревается до температуры T_0 за счет теплоты, выделяемой при конденсации некоторого количества пара Δm. Составим уравнение теплового баланса:

$$mc(T_0 - T) = \Delta mr,$$

где c — удельная теплоемкость воды; r — удельная теплота парообразования. Отсюда масса сконденсированного пара

$$\Delta m = \frac{mc(T_0 - T)}{r}.$$

Объем этой массы пара найдем из уравнения Клапейрона–Менделеева:

$$\Delta V = \frac{mc(T_0 - T)RT_0}{rMp_0},$$

где M — молярная масса водяного пара. Отсюда высота, на которую опустился поршень,

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{mc(T_0 - T)RT_0}{rMp_0 S}.$$

Численно: $\Delta h = 10$ см.

Примечание. При решении задачи может показаться, что приведенная в условии масса насыщенного водяного пара не нужна. Такое заключение неверно. Эта масса имеет существенное значение при анализе решения. Для данных условия при введении в пространство под поршнем 2,0 г воды и нагревании ее от 293 до 373 К должно сконденсироваться

$$\Delta m = \frac{mc(T_0 - T)}{r} = 0{,}30 \text{ г}$$

водяного пара, что составляет примерно 15% его первоначального количества. При этом вода и пар будут находиться при температуре 373 К. Как показывают расчеты, при введении в цилиндр около 13,5 г воды весь пар сконденсируется и вода будет иметь температуру $T_0 = 373$ К. При введении большего количества воды установившаяся температура будет ниже T_0, что необходимо учитывать при составлении уравнения теплового баланса.

Пример 5. В сосуде объемом $V = 1{,}5$ м^3 находится воздух при температуре $T = 290$ К и влажности $\varphi = 50\%$. Какое количество росы выпадет при изотермическом уменьшении объема в $n = 3$ раз?

Решение. По определению относительная влажность

$$\varphi = \frac{p}{p_н},$$

где p — парциальное давление водяного пара в воздухе при $T = 290$ К; $p_н$ — давление насыщенного водяного пара при $T = 290$ К.

Так как $\frac{p}{p_н} = \frac{\rho}{\rho_н}$, где ρ — плотность пара при $T = 290$ К, а $\rho_н$ — плотность насыщенного пара при той же температуре, то относительная влажность $\varphi = \frac{\rho}{\rho_н}$. Масса водяного пара, содержащегося в объеме V,

$$m = \rho V = \varphi \rho_н V.$$

При изотермическом уменьшении объема выпала роса, т. е. водяной пар стал насыщенным. Следовательно, в объеме $\frac{V}{n}$ осталась масса водяного пара $m_1 = \frac{\rho_н V}{n}$. Масса сконденсированного пара

$$\Delta m = \varphi \rho_н V - \frac{\rho_н V}{n} = \rho_н V\left(\varphi - \frac{1}{n}\right).$$

Численно: $\Delta m = 3{,}7$ г.

Пример 6. Определите плотность воздуха при температуре 36 °С и относительной влажности 80 %, если атмосферное давление 0,10 МПа, а давление насыщенного водяного пара при этой температуре 5,94 кПа.

Решение. Плотность влажного воздуха ρ равна сумме плотностей водяного пара ρ_1 и сухого воздуха ρ_2

$$\rho = \rho_1 + \rho_2.$$

Водяной пар является ненасыщенным, поэтому его, как и сухой воздух, можно описать уравнением Клапейрона-Менделеева.

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT, \text{ откуда } p_1 = \frac{\rho_1}{M_1} RT, \quad (2.13)$$

где $M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$.

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT, \text{ откуда } p_2 = \frac{\rho_2}{M_2} RT, \quad (2.14)$$

где $M_2 = 29 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$.

По закону Дальтона давление влажного воздуха $p = p_1 + p_2$. По определению относительной влажности $\varphi = \frac{p_1}{p_н}$, откуда $p_1 = \varphi p_н$. С учетом этого $p_2 = p - \varphi p_н$.

Если подставить значения давлений в формулы (2.13) и (2.14), получим: $\rho_1 = \frac{\varphi p_н M_1}{RT}$, $\rho_2 = \frac{(p - \varphi p_н)M_2}{RT}$. Таким образом, плотность воздуха

$$\rho = \frac{[\varphi p_н M_1 + (p - \varphi p_н)M_2]}{RT}.$$

Численно: $\rho = 1{,}1$ кг/м^3.

Пример 7. В одном сосуде объемом $V_1 = 0{,}25$ м^3 находится воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 40\%$, в другом сосуде объемом $V_2 = 0{,}75$ м^3 — с влажностью $\varphi_2 = 60\%$. Температура в обоих сосудах одинакова. Сосуды соединены трубкой с краном. Какова будет относительная влажность воздуха в сосудах, если открыть кран?

Решение. Давление водяных паров после открытия крана равно сумме парциальных давлений паров, находящихся в первом и втором сосудах:

$$p = p_1' + p_2'. \qquad (2.15)$$

Применив к состояниям водяного пара до и после открытия крана закон Бойля-Мариотта, найдем парциальные давления:

$$p_1' = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2}; \quad p_2' = \frac{p_2 V_2}{V_1 + V_2}, \qquad (2.16)$$

где $p_1 = \varphi_1 p_н$, $p_2 = \varphi_2 p_н$ — давления водяного пара в сосудах до открытия крана. После подстановки значений (2.18) в равенство (2.17) получим

$$p = \frac{p_н(\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2)}{V_1 + V_2}.$$

После открытия крана в сосудах установится относительная влажность

$$\varphi = \frac{p}{p_н} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}55.$$

Численно: $\varphi = 0{,}55$.

Пример 8. В горизонтальном цилиндре объемом 2,0 дм^3, герметически закрытом с обеих сторон, может свободно перемещаться легкий поршень. В пространство с одной стороны от поршня ввели 2,0 г воды, а с другой — 1,0 г азота. Где будет находиться поршень, если цилиндр нагреть до температуры 100 °С?

Решение. В качестве физических систем по очереди рассмотрим азот, воду и поршень. Будем считать, что при данных в задаче параметрах, характеризующих состояние азота, его можно считать идеальным газом. Поршень будем считать невесомым и тонким, кроме того, примем, что он может перемещаться вдоль стенок цилиндра без трения. Будем считать, что азот и вода не могут переходить из одной части цилиндра в другую.

Допустим, что вся вода, находящаяся в цилиндре при температуре 100 °С, испарилась, причем ее пар является ненасыщенным (эта гипотеза требует обязательной проверки). Поэтому пар также можно рассматривать как идеальный газ.

С учетом сформулированных выше допущений, первую и вторую из выделенных физических систем можно описать уравнением состояния идеального газа (уравнением Клапейрона–Менделеева).

Из уравнения Клапейрона–Менделеева вытекает, что давление азота равно $p_1 = \frac{m_1RT}{M_1V_1}$; давление водяного пара $p_2 = \frac{m_2RT}{M_2V_2}$, где m_1 и m_2 — массы, M_1 и M_2 — молярные массы азота и водяного пара, V_1 и V_2 — объемы, занимаемые азотом и паром.

Поскольку поршень тонкий, то $V_1 + V_2 = V$, где V — объем цилиндра. Физическая система "поршень" является незамкнутой (это обусловлено ее взаимодействиями с внешними объектами). Эту систему можно описать законами динамики и теоремой об изменении кинетической энергии.

После нагревания поршень находится в состоянии равновесия относительно избранной системы отсчета, поэтому геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю.

Поскольку поршень невесомый, то его взаимодействие с гравитационным полем Земли можно не учитывать. Взаимодействие поршня со стенками цилиндра дает силы реакции стенок, причем равнодействующая этих сил равна нулю (иначе поршень должен двигаться по вертикали). Силы трения между поршнем и стенками отсутствуют согласно условию задачи.

Взаимодействие поршня с азотом и водяным паром дает силы давления $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные горизонтально в противоположные стороны. Поэтому условие равновесия поршня имеет вид: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$, или в скалярной форме $F_1 - F_2 = 0$. Поскольку $F_1 = p_1S$, $F_2 = p_2S$, где S — площадь поршня, то поршень находится в состоянии равновесия, если $p_1 = p_2$. Таким образом, математическая модель ситуации, о которой говорится в задаче, представляет собой следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} p_1M_1V_1 = m_1RT, \\ p_2M_2V_2 = m_2RT, \\ V_1 + V_2 = V, \\ p_1 = p_2. \end{cases}$$

Решение последней системы относительно V_2 дает

$$V_2 = \frac{m_2 M_1 V}{m_1 M_2 + m_2 M_1}.$$

Для проверки гипотезы о том, что водяной пар является ненасыщенным, определим его давление p_2.

$$p_2 = \frac{RT(m_1 M_2 + m_2 M_1)}{M_1 M_2 V}.$$

Если в последнюю формулу подставить значения всех величин, получим $p_2 = 0{,}23$ МПа. Поскольку при любой температуре давление ненасыщенного пара должно быть меньше, чем давление насыщенного пара при этой температуре, а при температуре 100 °C давление насыщенного водяного пара равно атмосферному, т. е. $p_н = p_0 = 0{,}1$ МПа, то гипотеза о том, что пар является ненасыщенным, не соответствует реальной ситуации.

Это означает, что в пар превратилась только часть воды, причем пар является насыщенным. Поэтому $p_2 = p_н = 0{,}1$ МПа.

С учетом этого объемы азота и пара соответственно равны

$$V_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 p_o}; \quad V_2 = V - \frac{m_1 RT}{M_1 p_o}.$$

Масса воды, которая превратилась в пар,

$$m_2 = \frac{p_0 M_2}{RT}\left(V - \frac{m_1 RT}{M_1 p_0}\right).$$

Численно: $V_1 = 0{,}55V$; $V_2 = 0{,}45V$.

Пример 9. Тонкое кольцо, средний диаметр которого $d = 80$ мм, подвешено на пружине с коэффициентом жесткости $k = 20\ \frac{Н}{м}$ и соприкасается с поверхностью жидкости. При медленном опускании поверхности жидкости кольцо оторвалось от нее при растяжении пружины на $x = 16$ мм. Определите поверхностное натяжение жидкости.

Решение. Перед отрывом кольца от жидкости ее свободная поверхность у границы с кольцом располагается приблизительно вертикально. Вдоль каждой единицы длины внутренней и наружной окружностей кольца действует сила поверхностного натяжения, равная коэффициенту σ. Векторы этих сил касательны к свободной поверхности жидкости и направлены вертикально вниз. Поэтому результирующая сила поверхностного натяжения, действующая на кольцо, также направлена вертикально вниз и равна сумме сил, действующих на отдельные элементы контура, т. е.

$$F_н = 2\pi d\sigma .$$

Для отрыва кольца от жидкости необходимо приложить силу F, направленную вертикально вверх, которая уравновесила бы силу поверхностного натяжения. Следовательно, $2\pi d\sigma = kx$; отсюда поверхностное натяжение

$$\sigma = \frac{kx}{2\pi d}.$$

Численно: $\sigma = 0{,}64\ \frac{Н}{м}$.

Пример 10. При плавлении нижнего конца вертикально подвешенной свинцовой проволоки диаметром $d = 2{,}0$ мм образовалось $n = 50$ капель свинца. Определите диаметр капель. На сколько укоротилась проволока? Поверхностное натяжение жидкого свинца $\sigma = 0{,}47\ \frac{Н}{м}$.

Решение. По мере плавления проволоки на ее конце образуется капля и растет до таких размеров, пока ее сила тяжести не станет равной результирующей сил поверхностного натяжения, действующих по контуру, ограничивающему поперечное сечение шейки (по окружности):

$$P = F. \qquad (2.17)$$

Сила тяжести, действующая на каплю в момент отрыва,

$$P = V_1\rho g = \frac{1}{6}\pi d_1^3\rho g, \qquad (2.18)$$

где d — диаметр шейки капли, равный диаметру проволоки.

Результирующая сил поверхностного натяжения

$$F = \pi d\sigma, \qquad (2.19)$$

где d — диаметр капли, равный диаметру проволоки.

Подставив значения (2.18) и (2.19) в (2.17), определим диаметр капли:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{6d\sigma}{\rho g}} = 3{,}7 \text{ мм}.$$

Объем расплавившейся части проволоки

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}, \qquad (2.20)$$

где h — ее длина.

Объем одной капли

$$V_1 = \frac{\pi d\sigma}{\rho g}.$$

Из расплавленной части проволоки образовалось n капель, следовательно,

$$V = nV_1 = \frac{n\pi d\sigma}{\rho g}. \qquad (2.21)$$

Приравняв правые части равенств (2.20) и (2.21), получим:

$$\frac{dh}{4} = \frac{n\sigma}{\rho h}, \text{ откуда } h = \frac{4n\sigma}{d\rho g}.$$

Численно: $h = 42$ см.

Пример 11. Длина выступающей части капиллярной трубки, погруженной в вертикальном положении в сосуд с ртутью, $l = 10$ см, а разность уровней в трубке и сосуде $l_1 = 5{,}0$ см. В этом положении верхний конец трубки закрывают и поднимают ее до тех пор, пока не сравняются уровни ртути в трубке и в сосуде. Определите длину выступающей части трубки, если атмосферное давление $p_0 = 1010$ гПа.

Решение. Разность уровней ртути в трубке и сосуде обусловлена действием сил поверхностного натяжения и будет в первом случае определяться условием

$$2\pi r\sigma = \pi r^2 \rho g l_1,$$

где r — радиус трубки; ρ — плотность ртути.

При подъеме закрытой трубки давление внутри нее в результате увеличения объема, занимаемого воздухом, уменьшается. В этом случае сила поверхностного натяжения уравновешивает силу, возникающую за счет разности атмосферного давления p_0 и давления воздуха p внутри трубки:

$$2\pi r\sigma = \pi r^2 (p_0 - p).$$

Совместное решение этих двух уравнений дает:

$$p_0 - p = \rho g l_1. \qquad (2.22)$$

Применив к состоянию воздуха в трубке закон Бойля–Мариотта $p_0 V_0 = pV$ (где $V_0 = (l + l_1)S$, $V = hS$), найдем давление:

$$p = p_0 \frac{l + l_1}{h}, \qquad (2.23)$$

где h — длина выступающей части трубки во втором случае.

Подставляя значение (2.23) в формулу (2.22), получаем:

$$p_0\left(1 - \frac{l + l_1}{h}\right) = \rho g l_1.$$

Из этого уравнения определяем

$$h = \frac{p_0(l + l_1)}{p_0 - \rho g l_1} = \frac{l + l_1}{1 - \dfrac{\rho g l_1}{p_0}}.$$

Численно: $h = 16$ см.

Контрольные тематические тесты

А23.1(1) Давление насыщенного пара при уменьшении его объема

1) увеличивается;
2) уменьшается;
3) не изменяется;
4) сначала увеличивается, а затем не изменяется;
5) сначала не изменяется, а затем увеличивается.

А23.2(1) Что называют точкой росы?

1) давление, при котором пар становится насыщенным;
2) плотность, при которой пар становится насыщенным;
3) температура, при которой пар становится насыщенным при изотермическом увеличении его объема;
4) температура, при которой пар становится насыщенным в результате изобарического охлаждения;
5) температура, при которой пар становится насыщенным в результате изохорического нагревания.

А23.3(2) Максимальная высота h, на которую всасывающий насос может поднять воду, находящуюся при температуре $t = 4{,}0$ °C и нормальном атмосферном давлении, равна

1) 5,0 м; 2) 10 м; 3) 12 м; 4) 15 м; 5) 20 м.

А23.4(2) Парциальное давление p водяных паров при температуре $T = 298$ К и относительной влажности $\varphi = 63$ % равно

1) 4,0 кПа; 2) 2,5 кПа; 3) 2,0 кПа; 4) 1,5 кПа; 5) 0,50 кПа.

А23.5(2) Если температура воздуха T, а парциальное давление водяного пара $\left(M = 18\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$, находящегося в воздухе p, то его абсолютная влажность ρ равна

1) $\rho = \frac{3}{2}\frac{pM}{RT}$; 2) $\rho = \frac{2}{3}\frac{pM}{RT}$; 3) $\rho = \frac{pM}{2RT}$;

4) $\rho = \frac{3pM}{RT}$; 5) $\rho = \frac{pM}{RT}$.

А23.6(2) В запаянной трубке объемом $V = 0{,}40$ дм^3 находится водяной пар при давлении $p = 10$ кПа и температуре $t_1 = 150$ °С. Если трубку охладить до температуры $t_2 = 25$ °С, то на ее стенках сконденсируется масса m воды, равная

1) 6,5 мг; 2) 9,5 мг; 3) 11 мг; 4) 14 мг; 5) 15 мг.

А23.7(2) В откачанном герметически закрытом сосуде вместимостью $V = 1{,}5$ дм^3 находится открытая пробирка, содержащая воду массой $m = 10$ г. Если сосуд прогреть при температуре $t = 100$ °С, то испарится масса воды m_1, равная

1) 8,6 г; 2) 8,8 г; 3) 9,0 г; 4) 9,2 г; 5) 9,4 г.

А23.8(2) Если в сосуде находится воздух при температуре $t = 25$ °С и относительной влажности $\varphi = 25$ %, то отношение давления насыщенного водяного пара при этой температуре к парциальному давлению p водяного пара, содержащегося в сосуде, равно

1) 2,0; 2) 3,0; 3) 4,0; 4) 4,5; 5) 6,0.

А23.9(2) Если относительная влажность воздуха в помещении при температуре $t = 20$ °С составляет $\varphi = 30$ %, то плотность ρ водяного пара равна

1) 4,5 $\frac{\text{г}}{\text{м}^3}$; 2) 5,2 $\frac{\text{г}}{\text{м}^3}$; 3) 7,0 $\frac{\text{г}}{\text{м}^3}$; 4) 65 $\frac{\text{г}}{\text{м}^3}$; 5) 80 $\frac{\text{г}}{\text{м}^3}$.

А23.10(4) В помещении объемом V при атмосферном давлении p и температуре T относительная влажность воздуха φ. Если давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p_н$, то масса сухого воздуха в помещении равна

1) $m = \frac{M(p - \varphi p_н)V}{RT}$; 2) $m = \frac{\varphi M p_н V}{RT}$;

3) $m = \frac{M(\varphi p_н - p)V}{RT}$; 4) $m = \frac{MpV}{\varphi RT}$;

5) $m = \frac{\varphi MpV}{RT}$.

А23.11(2) Если при температуре воздуха $t = 150\ ^\circ C$ парциальное давление водяного пара $p = 20$ кПа, то его плотность ρ равна

1) $0{,}10\ \frac{кг}{м^3}$; 2) $0{,}50\ \frac{кг}{м^3}$; 3) $0{,}70\ \frac{кг}{м^3}$; 4) $1{,}2\ \frac{кг}{м^3}$; 5) $1{,}5\ \frac{кг}{м^3}$.

А23.12(4) Оцените расстояние l между молекулами насыщенного водяного пара при температуре $t = 100\ ^\circ C$

1) $\cong 4{,}0 \cdot 10^{-10}$ м; 2) $\cong 3{,}7 \cdot 10^{-9}$ м; 3) $\cong 9{,}0 \cdot 10^{-9}$ м; 4) $\cong 2{,}0 \cdot 10^{-8}$ м; 5) $\cong 6{,}0 \cdot 10^{-8}$ м.

А23.13(2) Если давление в паровом котле вместимостью $V = 150$ дм^3 после открывания клапана уменьшилось на $\Delta p = 20$ кПа, то масса m пара, выпущенного из котла при температуре 433 К, равна

1) 5,0 г; 2) 10 г; 3) 15 г; 4) 20 г; 5) 25 г.

А23.14(3) Относительная влажность воздуха при температуре $t_1 = 25\ ^\circ C$ составляет $\varphi_1 = 65$ %. Если нагреть этот воздух до температуры $t_2 = 40\ ^\circ C$, то его относительная влажность станет равной

1) 18 %; 2) 25 %; 3) 29 %; 4) 32 %; 5) 70 %.

А23.15(3) Если относительная влажность воздуха при температуре $t = 20\ ^\circ C$ и нормальном давлении составляет $\varphi = 50$ %, то плотность ρ сухого воздуха равна

1) $0{,}75\ \frac{кг}{м^3}$; 2) $1{,}2\ \frac{кг}{м^3}$; 3) $1{,}3\ \frac{кг}{м^3}$; 4) $1{,}4\ \frac{кг}{м^3}$; 5) $1{,}8\ \frac{кг}{м^3}$.

А23.16(3) В закрытом сосуде вместимостью $V = 100$ дм^3 находится воздух при температуре $t_1 = 15\ ^\circ C$ и относительной влажности $\varphi_1 = 30$ %. Для того, чтобы после нагревания до температуры $t_2 = 100\ ^\circ C$ относительная влажность стала равной $\varphi_2 = 60$ %, в сосуд необходимо ввести массу m воды, равную

1) 12 г; 2) 18 г; 3) 24 г; 4) 32 г; 5) 36 г.

А23.17(3) Относительная влажность воздуха, измеренная при помощи психрометра, составляет $\varphi = 70$ %. Если сухой термометр при этом показывал температуру $t = 14\ ^\circ C$, то давление p_0 насыщенного водяного пара равно

1) 1,3 кПа; 2) 1,4 кПа; 3) 2,0 кПа; 4) 3,2 кПа; 5) 7,2 кПа.

А23.18(2) Если температура воздуха $t_1 = 20\ ^\circ C$, а точка росы $t_2 = 8{,}0\ ^\circ C$, то относительная влажность φ воздуха равна

1) 62 %; 2) 56 %; 3) 46 %; 4) 42 %; 5) 39 %.

А23.19(3) При температуре $t_1 = 17\ ^\circ C$ относительная влажность воздуха $\varphi_1 = 80$ %. Если температуру повысили до $t_2 = 30\ ^\circ C$, а количество водяного пара в воздухе увеличилось вдвое, то относительная влажность оказалась равной

1) 58 %; 2) 62 %; 3) 76 %; 4) 85 %; 5) 92 %.

А23.20(4) Если при атмосферном давлении p и температуре T относительная влажность воздуха φ, а давление насыщенного водяного пара $p_н$, то плотность сухого воздуха равна

1) $\rho = \frac{M(\varphi p_н - p)}{RT}$; 2) $\rho = \frac{M\varphi p_н}{RT}$; 3) $\rho = \frac{Mp}{\varphi RT}$;

4) $\rho = \frac{M(p - \varphi p_н)}{RT}$; 5) $\rho = \frac{\varphi Mp}{RT}$.

А23.21(4) Если относительная влажность воздуха φ = 50 % при температуре t = 25 °С и давлении p = 99 кПа, то на одну молекулу водяных паров приходится количество N молекул воздуха, равное

1) 25; 2) 30; 3) 43; 4) 61; 5) 80.

А23.22(3) Если в комнате объемом V при температуре T относительная влажность воздуха φ, а давление насыщенного пара $p_н$, то масса m водяного пара, содержащегося в комнате, равна

1) $m = \frac{2}{3}\frac{MVp_н}{\varphi RT}$; 2) $m = \frac{p_н VM}{\varphi RT}$; 3) $m = \frac{\varphi p_н MV}{RT}$;

4) $m = \frac{1}{3}\frac{\varphi MVp_н}{RT}$; 5) $m = \frac{MVp_н}{2\varphi RT}$.

А23.23(5) Если термос наполнили кипящей водой и герметично закрыли пробкой диаметром d = 3,0 см при атмосферном давлении p = 0,10 МПа, то для того, чтобы вынуть пробку после охлаждения термоса до комнатной температуры к ней необходимо приложить минимальную силу, модуль F которой равен

1) 35 Н; 2) 57 Н; 3) 62 Н; 4) 71 Н; 5) 80 Н.

А23.24(5) В комнате объемом V = 50 м^3 относительная влажность воздуха φ_1 = 40 %. Если испарить дополнительно Δm = 60 г воды, то относительная влажность будет φ_2 = 50 % при температуре воздуха, равной

1) 10 °С; 2) 12 °С; 3) 14 °С; 4) 16 °С; 5) 20 °С.

А23.25(2) Нижний край тонкой прямоугольной пластины длиной l = 6,0 см приведен в соприкосновение с поверхностью жидкости. Если для того, чтобы оторвать пластину от жидкости к ней надо приложить минимальную силу, модуль которой F = 8,8 мН, то поверхностное натяжение σ жидкости равно

1) 25 $\frac{мН}{м}$; 2) 36 $\frac{мН}{м}$; 3) 42 $\frac{мН}{м}$; 4) 54 $\frac{мН}{м}$; 5) 73 $\frac{мН}{м}$.

A23.26(3) Ребро кубика, приходящегося на одну молекулу воды при температуре $T = 277$К, равно

1) 0,30 нм; 2) 2,0 нм; 3) 5,0 нм; 4) 12 нм; 5) 20 нм.

A23.27(3) Рамка *abcd* с подвижной медной $\left(\rho = 8{,}9 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$ перекладиной *ad* (рис. 2.19) затянута мыльной пленкой с поверхностным натяжением 40 $\frac{\text{мН}}{\text{м}}$. Для того чтобы перекладина *ad* находилась в равновесии, ее диаметр должен быть равен

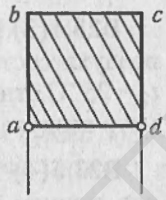

Рис. 2.19

1) 0,50 мм; 2) 0,70 мм; 3) 1,0 мм;
4) 1,5 мм; 5) 2,1 мм.

A23.28(3) Капилляр с внутренним радиусом $r = 2{,}0$ мм опущен в жидкость. Если масса жидкости, поднявшейся в капилляре, $m = 90$ мг, то поверхностное натяжение жидкости σ равно

1) 1,5 $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$; 2) 0,75 $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$; 3) 0,50 $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$; 4) 0,070 $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$; 5) 0,030 $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

A23.29(3) В сосуд с водой при температуре $t_1 = 20$ °С опущен капилляр диаметром внутреннего канала $d = 0{,}10$ мм. Если при нагревании воды до температуры $t_2 = 70$ °С уровень воды в капилляре снизился на $\Delta h = 3{,}2$ см, то по результатам опыта поверхностное натяжение при температуре $t_2 = 70$ °С оказалось равным

1) 34 $\frac{\text{мН}}{\text{м}}$; 2) 48 $\frac{\text{мН}}{\text{м}}$; 3) 56 $\frac{\text{мН}}{\text{м}}$; 4) 64 $\frac{\text{мН}}{\text{м}}$; 5) 78 $\frac{\text{мН}}{\text{м}}$.

A23.30(3) Из вертикальной трубки с внутренним радиусом r вытекает капля воды. Если считать каплю сферической, а диаметр ее шейки в момент отрыва равным внутреннему диаметру трубки, то радиус R капли равен

1) $\sqrt[3]{\frac{r\sigma}{6\rho g}}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3r\sigma}{\rho g}}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{3r\sigma}{2\rho g}}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{3r\sigma}{4\rho g}}$; 5) $\sqrt[3]{\frac{2r\sigma}{3\rho g}}$.

B23.1(3) Если относительная влажность воздуха при температуре $T_1 = 288$ К составляет $\varphi_1 = 80$ %, то относительная влажность этого воздуха окажется $\varphi_2 = 34$ % при температуре T_2, равной ... К

B23.2(3) В цилиндрическом сосуде вместимостью $V = 20$ л, закрытом легким подвижным поршнем, находится вода и ее насыщенный пар при температуре $t = 29$ °С. Причем объем воды мал по сравнению с объемом сосуда. Для изотермического уменьшения объема пара в два раза необходимо совершить работу A, равную ... Дж