К ВОПРОСУ О ФОРМЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Ю.А.Быкадоров, Э.В.Шалик (Республика Беларусь, Минск)

Рассматривается краевая задача для линейного дифференциально-интегрального уравнения

$$Lx \equiv \frac{d}{dt}\int_a^b K(t,s)\dot{x}(s)ds + M(t)x(a) = f(t),$$

$$lx \equiv \int_a^b P(s)\dot{x}(s)ds + Nx(a) = \alpha,$$

Если краевая задача (1) всюду однозначно разрешима, то ее решение дается формулой $x(t) = U(t)\alpha + \int_a^b G(t,s)f(s)ds$, где $G(t,s)$ — матрица Грина, $U(t)$ — фундаментальная матрица уравнения $Lx = 0$ и $lU = E$, E — единичная n×n-матрица. Исходную задачу будем называть прямой, а формулу-уравнение — обратной задачей.

Теорема. Прямая и обратная задачи могут быть представлены в единой форме как уравнения для линейных ограниченных операторов в соответствующих пространствах.

В частности, пусть $z(t) \equiv \alpha + \int_0^t f(t)dt$. Тогда из формулы-уравнения следует

$$Mz \equiv \frac{d}{dt}\int_a^b G(t,s)\dot{z}(s)ds + \dot{U}(t)z(a) = \dot{x}(t),$$

$$mz \equiv \int_a^b G(a,s)\dot{z}(s)ds + U(a)x(a) = x(a),$$

Симметричность форм задач приводит к установлению новых свойств. Например, матрица и $B(t) = N + \int_a^b M(s)ds$ является фундаментальной для уравнения $Mz = 0$, причем $mB = E$. Симметричность позволяет критерии разрешимости задач, известные для одной формы, применить к задачам в другой форме.