О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИИ ГРИНА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Быкадоров Юрий Александрович (Беларусь, Минск),
Шалик Элла Владимировна (Беларусь, Минск)

При построении функции Грина для краевых задач вида

$$\frac{d}{dt}\int_a^t K(t,s)\dot{x}(s)ds + M(t)x(a) = f(t), \quad t \in [a,b],$$

$$\int_a^b P(s)\dot{x}(s)ds + Nx(a) = \alpha,$$

особую роль играют свойства функции $K(t, s)$, которая называется ядром дифференциально-интегрального оператора

$$(Ky)(t) = \frac{d}{dt}\int_a^t K(t,s)y(s)ds\,.$$

Если исходная краевая задача всюду однозначно разрешима в соответствующем пространстве, а обратная задача может быть представлена в аналогичном виде, то исходное уравнение называется эволюционным. Функция Грина исходной задачи является дифференциально-интегральным ядром обратной задачи.

Линии разрыва функции Грина определяются линиями разрыва $K(t, s)$. Линии разрыва ядра $K(t, s)$ определяются графиками функций $s=\varphi(t)$ для слагаемых вида $B(t)\,\dot{x}(\varphi(t))$ в основном уравнении краевой задачи. Линии разрыва функции Грина определяются графиками функций — степеней композиции $\varphi^n(t) = \varphi(\varphi^{n-1}(t))$, n=1, 2, ..., $\varphi^0(t) = t$.

Линии разрыва функции Грина можно построить методом "подвижного прямоугольника". Метод однозначно связывает точки графиков функций, последовательных степеней композиции.

Для реализации метода "подвижного прямоугольника" создана компьютерная программа, которая по линиям разрыва ядра $K(t, s)$ строит линии разрыва функции Грина эволюционного уравнения. Использование программы позволяет установить общие закономерности в поведении линий разрыва. На рисунках приведены компьютерные результаты построения линий разрыва функции Грина в зависимости от линий разрыва ядра $K(t, s)$ (жирные линии).