

О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Э.В. Шалик

*Институт повышения квалификации и переподготовки
Белорусского государственного педагогического университета
имени Максима Танка, Минск, Беларусь*

Совершенствование системы образования в современных условиях означает подготовку специалиста, способного осуществлять социальный заказ общества. Одним из путей достижения такой цели служит профильное обучение на III ступени общего среднего образования в учреждениях общего среднего образования. Профильное обучение предусматривает изучение учебных предметов на повышенном уровне и проведение факультативных занятий, которые призваны углублять, расширять и корректировать знания учащихся по учебным предметам, повышать качество образования.

Особую роль в школьном курсе играет математика как учебный предмет. На уроках математики обучающиеся осваивают методы познания окружающего мира – анализ, дедукцию, индукцию, обобщения, аналогии. Для успешного внедрения системы профильного обучения, на наш взгляд, необходимо уделить внимание применению аппарата математического анализа при решении школьных задач.

В связи с этим актуальным является эффективная организация курсов повышения квалификации учителей математики, которые проводятся на базе Института повышения квалификации и переподготовки Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка.

Например, важным представляется рассмотрение вопросов, связанных с применением производной при решении школьных задач. Очень широка область применения производной. Это задачи на преобразование алгебраических выражений и разложение на множители, доказательство тождеств и неравенств, вычисление сумм, решение уравнений, неравенств и систем неравенств, решение задач с параметрами, на оптимизацию и другие.

При организации курсов повышения квалификации нужно учесть, что актуальным является повторение тех тем, определений, теорем, которые положены в основу решения перечисленных задач. Поэтому тематическое планирование таких курсов повышения квалификации может состоять из трех главных частей.

В первой части занятий предлагается повторение основных понятий. Для решения практико-ориентированных задач по теме «Производная» нужно знать понятия «функция», «непрерывность», «дифференцируемость», «производная», «монотонная функция», «касательная», «экстремум», знать теоремы о среднем значении для дифференцируемых функций.

Во второй части занятий предлагается вспомнить фундаментальные теоремы математического анализа:

1. Если функция f дифференцируема в точке x , то она непрерывна в этой точке.

2. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы на интервале (a,b) и $f(x) = g(x)$ на интервале (a,b) , то $f'(x) = g'(x)$ на интервале (a,b) .

3. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы на интервале (a,b) и $f'(x) = g'(x)$ на интервале (a,b) , то $f(x) = g(x) + C$ на интервале (a,b) .

4. Если функция f определена на некотором промежутке X , во внутренней точке $x_0 \in X$ – дифференцируема и принимает наибольшее (наименьшее) значение, тогда $f'(x_0) = 0$.

5. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a;b]$, дифференцируема на интервале (a,b) и на концах интервала $f(a) = f(b)$, тогда существует точка $c \in (a;b)$ такая, что $f'(c) = 0$.

6. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a;b]$, дифференцируема на интервале (a,b) , тогда существует точка $c \in (a;b)$ такая, что

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c).$$

7. Если функция f дифференцируема на интервале (a,b) и $x_0 \in X$ является точкой локального экстремума функции f , то $f'(x_0) = 0$.

8. Если функция f непрерывна на промежутке X и имеет единственную точку экстремума $x_0 \in X$, тогда, если x_0 – точка максимума (минимума), то в ней функция принимает наибольшее (наименьшее) значение $f(x_0)$ на промежутке X .

После повторения теоретических знаний можно приступить к решению задач.

Приведем несколько примеров из разработанной нами системы задач, которую можно предложить для проведения, например, факультативных занятий по математике.

Необходимо доказать при $x \geq 0$ неравенство

$$\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}.$$

Рассмотрим функцию $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} - 1$. Неравенство будет доказано, если доказать, что при $x > 0$ $f'(x) = -\sin x + x > 0$. Так как $\sin x < x$ при $x > 0$, то справедливость последнего неравенства очевидна. Значит, функция $f(x)$ возрастает

на интервале $(0; +\infty)$. Так как $f(0) = 0$ и функция $f(x)$ непрерывна на интервале $(0; +\infty)$, то $f(x) > 0$ для всех $x > 0$, следовательно,

$$\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}.$$

С помощью теории экстремумов можно достаточно просто доказывать неравенства типа:

$$|a \sin x + b \cos x| \leq \sqrt{a^2 + b^2};$$

$$x^m(a-x)^n \leq \frac{m^n n^m}{(m+n)^{m+n}} a^{m+n}, \quad m > 0, n > 0, 0 \leq x \leq a.$$

Интересными являются задачи на оптимизацию. Например, из 54π квадратных метров металла необходимо сделать цилиндрический бак. Какими должны быть диаметр и высота бака, чтобы его объём был наибольшим?

Можно предложить задачи на движение. Приведём пример. Лодка находится на расстоянии 3 км от ближайшей точки берега А. Пассажир лодки желает достигнуть села В, находящегося на берегу на расстоянии 5 км от А. Лодка проплывает по 4 км/ч, а пассажир, выйдя из лодки, может в час пройти 5 км. К какой точке берега должна приплыть лодка, чтобы пассажир достиг села В в кратчайшее время?

Геометрический смысл производной позволяет решать разнообразные геометрические задачи. Например, можно доказать, что кривая, обладающая тем свойством, что все ее нормали проходят через постоянную точку есть окружность.

Используя физический смысл производной, можно решать задачи из разных предметных областей. Например, круглый металлический диск расширяется при нагревании так, что его радиус равномерно увеличивается на 0,01 см/сек. С какой скоростью увеличивается его площадь в тот момент, когда его радиус равен 2 см?

Такого рода задачи повышают профессиональные компетенции педагогов. С другой стороны, умение применять понятия математического анализа позволит учителю расширить знания учеников по математике, повысить математическую культуру и качество обучающихся в рамках школьного курса.

Список литературы

1. Вавилов, В. В. Задачи по математике. Начала анализа : справ. пособие / В. В. Вавилов [и др.]. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 608 с.
2. Шалик, Э. В. Подготовка слушателей переподготовки к проведению факультативных занятий по математике / И. Г. Петровская, Э. В. Шалик // Повышение квалификации и переподготовка педагогов: тенденции и перспективы развития : Материалы Респ. науч.-практ. конф., г. Минск, 17 октября 2012 г. – Минск : БГПУ, 2012. – С.153 (электронное издание).