

Д. Ф. Устинович, В. Р. Соболев, О. Н. Мазуренко

НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ВИХРЕВЫЕ ТОКИ И ДИССИПАТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В УСЛОВИЯХ МАГНИТНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКИ

Аналитически рассмотрены вопросы генерации вихревых токов для вращающейся цилиндрической металлической детали в процессе магнитно-абразивной обработки. На основе макроскопических уравнений поля с использованием модельного условия аксиальной симметрии для электрического поля и дисперсионного соотношения в приближении нормального скин-эффекта рассчитана мощность диссипативных электромагнитных сил и эффективный тормозящий момент.

Постановка задачи. Возникновение вихревых токов в проводящих материалах представляет собой одну из главных причин, обуславливающих сдвиг фазы между намагниченностью и внешним полем, который, в свою очередь, приводит к необратимому рассеянию энергии в объеме материала. При этом изменяющееся во времени магнитное поле и связанный с ним поток индуцируют электрические токи, которые, в соответствии с законом Ленца, препятствуют изменению поля в материале и генерируют тепло. Вихревые токи оказывают экранирующее воздействие, уменьшая амплитуду внешнего поля в глубине проводящего материала в соответствии с процессами скинирования в зависимости от величины и характера его магнитной проницаемости. С другой стороны, квазистатическое намагничивание материалов сопровождается также необратимой вязкой трансформацией энергии поля, отображая то, что магнитная проницаемость может являться комплексной характеристикой. В низкочастотном диапазоне спектра имеет место широкий максимум мнимой компоненты магнитной восприимчи-

ности, который задает масштаб квазистатической магнитной вязкости, а также воздействует и на частотные электромагнитные процессы, приводящие к генерации вихревых токов [1].

В ходе магнитно-абразивной обработки при вращении детали в стационарном поле электромагнита указанные эффекты магнитной вязкости и выделения джоулева тепла вихревыми токами эквивалентны эффективному тормозящему моменту противодействующих сил. Данные о паразитном моменте магнитных сил необходимы для управления процессом магнитно-абразивной обработки, для разработки оборудования, реализующего указанный метод, и выбора технологических параметров операции, осуществляющейся обычно при частоте вращения детали 50...300 Гц.

Если обрабатываемая деталь изготовлена из материала, магнитная проницаемость которого вещественна, то только вихревые токи и их диссипативные процессы будут определять расход энергии на эффективное торможение. При комплексном типе магнитной проницаемости дополнительный фактор магнитной вязкости от мнимой составляющей присутствует при сколь угодно медленном перемагничивании детали. Кроме этого в условиях нестационарного намагничивания комплексный характер магнитной проницаемости оказывает дополнительное воздействие на генерацию вихревых токов [2--5].

В работе рассмотрена задача о мощности диссипативных электромагнитных сил, сопровождаемых намагничиванием и генерацией токов в детали цилиндрической формы, которая вращается в поле электромагнита, нормальном к ее образующей. Проанализированы особенности необратимого рассеяния энергии магнитного поля в предельном случае нормального скинирования в приближении локальной связи между плотностью тока и электрическим полем.

Методика анализа и результаты расчета. Расчет базируется на макроскопических уравнениях поля, которые, ввиду малой частоты изменения магнитного потока,

используют приближение соразмерности глубины скин-слоя с радиусом кривизны поверхности. В данном приближении рассматривается задача, где деталь вращения выбрана как сплошной цилиндр, находящийся в изменяющемся во времени магнитном поле. На рис. 1 представлена наиболее распространенная схема принципа магнитно-абразивной обработки. При вращении детали в поперечном к его оси внешнем однородном поле в каждой точке поверхности образца присутствуют фактически две компоненты магнитного поля – азимутальная и радиальная, сумма квадратов которых равна квадрату внешнего поля. При вращении эти компоненты изменяются по гармоническому закону во времени и трансформируются друг в друга. Локальное рассеяние электромагнитной энергии пропорционально сумме квадратов амплитуд компонент магнитного поля и по совокупному действию радиальной и азимутальной компонент величина выделяемого джоулевого тепла в каждой точке поверхности одинакова. Это позволяет постулировать для упрощения расчета более симметричный характер магнитного поля, при котором поле имеет только азимутальную симметрию с одинаковой фазой на поверхности. Допустимость такого подхода будет подтверждена ниже путем сравнения полученного результата в пределе малых частот вращения с масштабом рассеяния энергии при переманчивании в квазистационарном режиме. При бесконечно медленном изменении внешнего поля через покоящуюся деталь от исходного состояния до нуля с последующими намагничиванием в противоположном направлении, размагничиванием и возвратом к исходному состоянию магнитная энергия в объеме детали достигает максимума два раза. С учетом высказанных соображений модельную симметричную комбинацию проанализируем используя формализм волнового уравнения:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 . \quad (1)$$

здесь k – волновой вектор. В цилиндрических координатах с учетом постулированного требования симметрии и большой длины детали $\partial E / \partial z = 0; \partial E / \partial \vartheta = 0$ (здесь ϑ - ази-

мутальная координата), волновое уравнение является по сути уравнением Бесселя для аксиальной компоненты вектора электрического поля E в объеме

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + k^2 E = 0. \quad (2)$$

Решение такого уравнения есть линейная комбинация цилиндрических функций Бесселя и Неймана, коэффициент при каждой из которых определяется как постоянная интегрирования. По причине того, что функция Неймана при малых значениях r неограниченно возрастает, используем обычно применяемую процедуру для сохранения физического смысла и полагаем коэффициент при функции Неймана равным нулю. В результате решение содержит только одну подлежащую определению константу A :

$$E = A I_0(kr), \quad (3)$$

где $I_0(kr)$ - цилиндрическая функция нулевого порядка первого рода

$$k^2 = \frac{i\omega\mu\mu_0}{\rho}. \quad (4)$$

здесь ω - частота, μ - комплексная магнитная проницаемость ($\mu = \mu_1 + i\mu_2$), ρ - удельное сопротивление, μ_0 - магнитная постоянная. Для нахождения коэффициента A используем условие связи между азимутальной компонентой внешнего магнитного поля H^s и аксиальной компонентой электрического поля E^s на поверхности вида

$$kE^s = \mu_0\mu\omega H^s. \quad (5)$$

Количество диссипируемой в объеме образца джоулевой энергии за единицу времени можно определить методом суммирования потерь по объему с помощью соотношения

$$W' = \int_V \sigma E^2 dV. \quad (6)$$

Мощность сил рассеяния электромагнитной энергии преобразуем к эффективному тормозящему моменту на единицу длины образца используя действительную часть выражения (6) приведенного к одному периоду обращения

$$M = \frac{\mu}{i\mu_0} B^2 \pi R^2 \left[1 + \frac{I_1^2(kR)}{I_0^2(kR)} \right], \quad (7)$$

здесь B - внешнее магнитное поле, R – радиус цилиндра, I_1 - функция Бесселя первого рода первого порядка.

Множитель перед квадратной скобкой по размерности есть величина магнитной энергии в объеме детали единичной длины. Наличие в знаменателе мнимой единицы означает, что для определения тормозящего момента необходимо рассчитать мнимую часть выражения, состоящего из комплексной магнитной проницаемости и суммы в квадратных скобках, которая является функцией комплексного аргумента. Для бесконечно малых частот, при которых вклад от электромагнитной индукции исчезает, выражение для эффективного тормозящего момента как вещественной части энергии рассеяния трансформируется к варианту квазистатического перемагничивания с вязкостным вкладом в необратимую компоненту энергии магнитного поля вида:

$$M = \frac{\mu_2}{\mu_0} B^2 \pi R^2 \quad (8)$$

Если рассмотреть процесс квазистатического перемагничивания в однородном магнитном поле, то за два акта изменения поля магнитная энергия изменится на величину

$$W = \frac{4\mu\pi R^2}{(1+\mu)^2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad (9)$$

Анализ выражения (9) показывает, что его мнимая часть при небольших значениях вещественной компоненты магнитной восприимчивости по сравнению с единицей также сходится по величине к выражению (8). При больших значениях вещественной компоненты магнитной проницаемости эффективный тормозящий момент отвечает зависимости

$$M \cong \frac{4B^2\pi R^2}{\mu_0} \frac{\mu_2}{\mu_1^2 + \mu_2^2} \quad (10)$$

Учитывая сказанное, можно утверждать, что полученное соотношение (7) достаточно хорошо согласуется с результатами статического рассмотрения намагничивания и вязкости по крайней мере для слабомагнитных материалов.

Анализ показывает, что в зависимости от величины параметра kR эффективный тормозящий момент изменяется в широких пределах. На семействе кривых (рис. 2 - 3) представлены результаты расчета эффективного момента, связанные с магнитной вязкостью, обусловленной как вихревой природой, так и статической магнитной проницаемостью. Независимой переменной на указанных рисунках являются радиус цилиндрической детали и угловая скорость, а мнимая компонента магнитной проницаемости есть постулированный параметр, который присутствует в расчете только для магнитного материала. Вещественная компонента магнитной проницаемости выбрана из диапазона, характерного для немагнитных и слабомагнитных материалов.

Приведенный момент как функция радиуса детали обнаруживает рост с незначительным локальным экстремумом (рис. 2а, рис. 2б). Характерно, что в области малых значения радиуса, когда толщина скин-эффекта сравнима с диаметром, немагнитный материал с меньшим удельным сопротивлением обнаруживает больший масштаб диссипативных эффектов (рис. 2а). Это вызвано большей величиной вихревых токов в аксиальном почти однородном поле одинаковой амплитуды для всех значений сопротивления материала при заданной частоте вращения. По мере увеличения радиуса детали картина в распределении сил торможения изменяется на обратную. Для детали с малым сопротивлением силы торможения наименьшие. По всей видимости в данном случае проявляется фактор электромагнитного экранирования, когда при толщине скин слоя меньшей чем радиус детали выделение энергии локализуется только вблизи поверхности.

Для магнитного материала характер изменения приведенного момента с увеличением радиуса детали более сложен (рис. 2б) и пересечение характеристик почти от-

существует. Большой масштаб вещественной части магнитной проницаемости эквивалентен по воздействию проводимости и уменьшает толщину скин-слоя, то есть степень экранирования объема детали, что по поведению качественно соответствует кривым на правой части рис. 2а. Мнимая компонента дополнительно смещает кривые вдоль оси ординат в область больших значений тормозящего момента.

Общий анализ соотношения (7) показывает, что эффективный тормозящий момент в функции удельного сопротивления является немонотонной характеристикой. Немонотонность характерна и для частотной зависимости приведенного момента детали из немагнитного материала (рис. 3а). Вероятно, для широкого значения проницаемостей магнитных материалов следует ожидать экстремумы на характеристике приведенного момента, которые смещены в диапазон более высоких значений частоты (рис. 3б).

Отметим, что при заданных величинах радиуса и частоты вращения для области большого удельного сопротивления характерны малые значения параметра kR ($kR \ll 1$), при которых величина момента определяется объемным эффектом диссипации энергии магнитного поля. При этом уровень рассеяния с уменьшением волнового вектора при снижении частоты уменьшается. В другом предельном случае при уменьшении значений удельного сопротивления характерны большие значения параметра kR ($kR \gg 1$). В этом пределе толщина скин-слоя с ростом частоты уменьшается столь сильно, что полная энергия в объеме скин-слоя является убывающей функцией, что согласуется с общими представлениями о предельном переходе. Другими словами, для материала, обладающего бесконечно большой проводимостью, внешнее электромагнитное поле, в принципе, не может проникнуть в объем и вихревые токи попросту не участвуют в рассеянии энергии.

Максимум на зависимости эффективного момента в функции удельного сопротивления указывает на переход от одного механизма асимптотического поведения к другому. Характерно, что поведение качественно подобно при различных значениях

исходной магнитной проницаемости материала. Это указывает на главенствующую роль в рассеянии энергии нестационарных процессов.

В случае конкретного материала тормозящий момент будет определяться магнитной проницаемостью, частотой вращения, удельным сопротивлением и радиусом. Для выбора оптимального режима обработки и уменьшения момента торможения необходимо обеспечить значения величины волнового вектора и технологических параметров, препятствующие достижению экстремума. Если исходное положение отвечает большой глубине скин слоя по сравнению с радиусом детали (часть характеристики леве экстремума на рис. 3), то при оптимизации следует уменьшать частоту вращения детали. Если исходная точка находится правее экстремума (рис. 3а, рис. 3б), то при оптимизации следует увеличить степень экранировки детали за счет увеличения частоты вращения.

Заключение. Показано, что в ряде случаев при магнито-абразивной обработке эффективный момент сил электромагнитного торможения, связанный с действием вихревых токов является немонотонной функцией частоты вращения детали. При этом положение его максимума зависит от частоты вращения детали, вида и величины магнитной проницаемости и радиуса детали. В пределе малых частот эффективный момент трансформируется к выражению, характерному для квазистатического намагничивания. Для материалов, обладающих низким уровнем магнетизма, предельный по частоте переход асимптотически точен. В области высоких частот и большой проводимости материала момент сил торможения отвечает уменьшению вязких сил трения вследствие электромагнитного экранирования детали.

Обозначения

k – волновой вектор; ϑ - азимутальная координата; ω - частота изменения магнитного поля, μ_0 – магнитная постоянная, μ -- магнитная проницаемость материала, μ_1 -- вещественная компонента магнитной проницаемости, μ_2 -- мнимая компонента магнит-

ной проницаемости, ρ -- удельное электрическое сопротивление материала; V – объем детали, H -- азимутальная компонента внешнего магнитного поля; E – аксиальная компонента вектора напряженности электрического поля, σ -- удельная электрическая проводимость материала; B – индукция внешнего магнитного поля, R – радиус цилиндрической детали, I_0 и I_1 - функции Бесселя нулевого и первого порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вонсовский С. В. Магнетизм. М., 1971.
2. Сакулевич Ф. Ю. Основы магнитно-абразивной обработки. Минск, 1981.
3. Барон Ю. М. Магнитно-абразивная и магнитная обработка изделий и режущих инструментов. Л., 1986.
4. Устинович Д. Ф. Исследование и разработка технологического процесса скоростной магнитно-абразивной обработки: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Минск, 1994.
5. Соболев В. Р., Мазуренко О. Н. Изв. Белорусской инженерной академии. 1997. № 1, ч.3. С. 201--204.

Исправленные рисунки и подписи для статьи Д.Ф.Устиновича

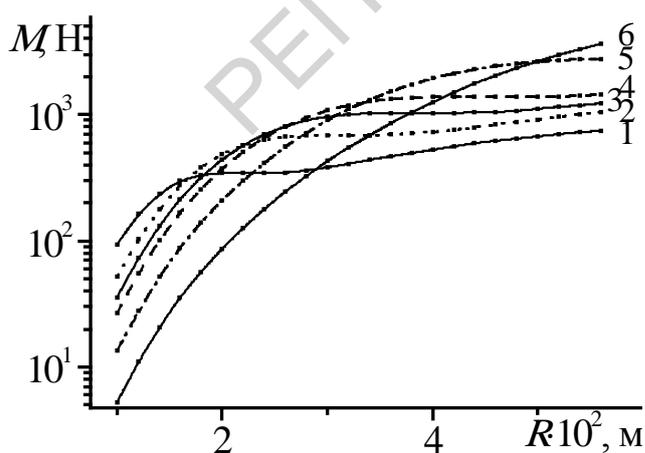


Рис.2а. Зависимость момента тормозящих сил (момент на единицу длины детали) от радиуса детали для материала с различным уровнем сопротивления ρ , 10^{-7} Ом·м: 0,25 (1); 0,5 (2); 0,75 (3); 1 (4); 2 (5); 5 (6). Магнитная проницаемость $\mu = 1$ (материал немагнитный); частота вращения $\omega = 350$ рад/с.

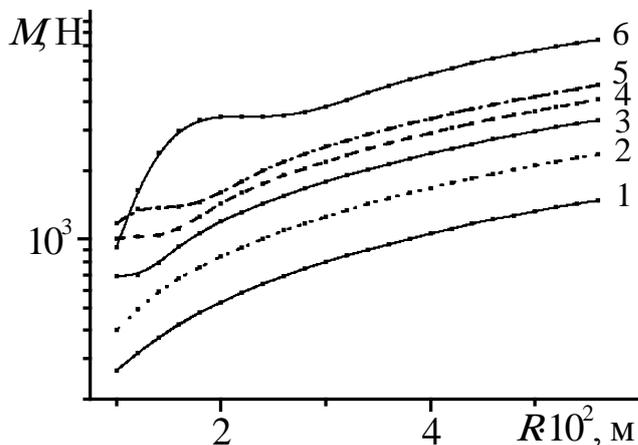


Рис.2б. Зависимость момента тормозящих сил (момент на единицу длины детали) от радиуса детали для материала с различным уровнем сопротивления ρ , 10^{-7} Ом·м: 0,25 (1); 0,5 (2); 0,75 (3); 1 (4); 2 (5); 5 (6). Магнитная проницаемость $\mu = 10 \cdot i \cdot 0,1$ (материал магнитный); частота вращения $\omega = 350$ рад/с.

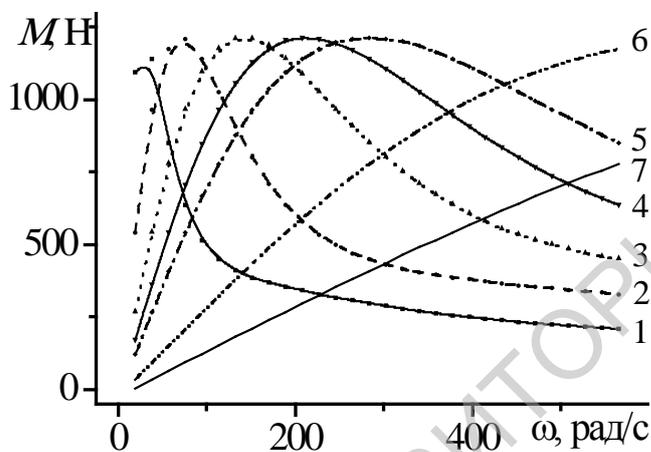


Рис.3а. Зависимость момента тормозящих сил (момент на единицу длины детали) от циклической частоты вращения детали для материала с различным уровнем сопротивления ρ , 10^{-7} Ом·м: 0,1 (1); 0,25 (2); 0,5 (3); 0,75 (4); 1 (5); 2,5 (6); 5 (7). Магнитная проницаемость $\mu = 1$ (материал немагнитный); радиус детали $R = 10^{-2}$ м.

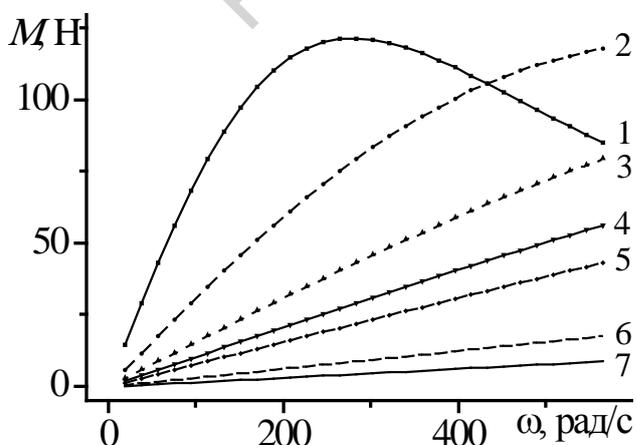


Рис.3б. Зависимость момента тормозящих сил (момент на единицу длины детали) от циклической частоты вращения детали для материала с различным уровнем сопротивления ρ , 10^{-7} Ом·м: 0,1 (1); 0,25 (2); 0,5 (3); 0,75 (4); 1 (5); 2,5 (6); 5 (7). Магнитная проницаемость $\mu = 10 - i \cdot 0,1$ (материал магнитный); радиус детали $R = 10^{-2}$ м.