ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НА ПОЧТИ ГИПЕР-ЭРМИТОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ ВТОРОГО РОДА ТИПА (J, P_1, P_2)

С. А. Богданович (Беларусь, г. Минск)

Пусть M — связное многообразие класса C^∞, на котором задана почти гиперэрмитова структура второго рода типа (J, P_1, P_2), т. е. структура (J, P_1, P_2, g), где $J^2=-I$, $P_1^2 = P_2^2 = I$, $JP_1=-P_1J=P_2$, $g(JX, JY)=g(P_1X, P_1Y)=g(P_2X, P_2Y)=g(X, Y)$. Для любой римановой метрики $\tilde{g}$ такая метрика g может быть найдена по формуле [1] $g(X,Y)=\frac{1}{4}\left(\tilde{g}(X,Y)+\tilde{g}(JX,JY)+\tilde{g}(P_1X,P_1Y)+\tilde{g}(P_2X,P_2Y)\right)$.

Понятие канонической связности структуры $\overline{\nabla}$ и второго фундаментального тензорного поля $h=\nabla-\overline{\nabla}$, где ∇ — риманова связность метрики g, рассматривалось в [2].

Предложение 1. Пусть (M, g) — риманово многообразие, TTM — второе касательное расслоение многообразия M. Тогда естественным образом можно построить бесконечное множество почти гиперэрмитовых структур второго рода типа (J, P_1, P_2) на TTM.

Предложение 2 [1]. Каноническая связность почти гиперэрмитовой структуры второго рода типа (J, P_1, P_2) находится по формуле

$$\overline{\nabla}_X Y=\frac{1}{4}\left(\nabla_X Y - J\nabla_X JY + P_1\nabla_X P_1Y + P_2\nabla_X P_2Y\right),$$

где X, Y — любые векторные поля на M.

Пусть на M задано невырожденное векторное поле (динамическая система) ξ, порождающее локальную 1-параметрическую группу локальных преобразований φ_t. Векторное поле ξ называется *инфинитезимальной изометрией*, если φ_t состоит из локальных изометрий для каждого t; ξ — *инфинитезимальное аффинное преобразование* относительно связности $\overline{\nabla}$, если $\varphi_{t^*}\left(\overline{\nabla}_X Y\right)=\overline{\nabla}_{\varphi_{t^*}X}\varphi_{t_*}Y$, где X, Y — любые векторные поля на M.

Предложение 3 [2]. Векторное поле ξ есть инфинитезимальная изометрия и инфинитезимальное аффинное преобразование относительно связности $\overline{\nabla}$ тогда и только тогда, когда $L_\xi g=0$, $L_\xi h=0$, где $h=\nabla-\overline{\nabla}$, L — производная Ли.

Предложение 4. Пусть $L_\xi g=0$, $L_\xi J=0$, $L_\xi P_1=0$. Тогда ξ есть инфинитезимальная изометрия и инфинитезимальное аффинное преобразование относительно канонической связности $\overline{\nabla}$.

Предложение 5. Пусть $L_\xi g=0$, $L_\xi P_1=0$ и (J, g) — келерова структура. Тогда ξ есть инфинитезимальная изометрия и инфинитезимальное аффинное преобразование относительно канонической связности $\overline{\nabla}$.

Литература

1. Баргдановіч С. А. Кананічная звязнасць і другое фундаментальнае тэнзарнае поле амаль гіперэрмітавай структуры другога роду тыпу (J, P_1, P_2) // Весці БДПУ. – 2005. – Серыя 3, № 2. – С. 13-16.

2. Ермолицкий А. А. Римановы многообразия с геометрическими структурами. – Мн.; БГПУ, 1998. – 195 с.